Schulinterner Lehrplan

für das Fach

Mathematik

für die gymnasiale Oberstufe

PUG

PETER-USTINOV-GESAMTSCHULE
MONHEIM AM RHEIN

Stand: November 2025

Peter-Ustinov-Gesamtschule

Falkenstraße 8

40789 Monheim am Rhein

INHALT

RAHMENBEDINGUNGEN DER FACHLICHEN ARBEIT

Zielsetzung des Fachs Mathematik

Das Fach Mathematik an der Peter-Ustinov-Gesamtschule Monheim verfolgt das Ziel, den Schülerinnen und Schülern eine fundierte mathematische Ausbildung zu ermöglichen. Dabei stehen die Vermittlung mathematischer Grundlagenkenntnisse und -fähigkeiten sowie die Förderung des mathematischen Denkens und Problemlösens im Fokus. Durch den Mathematikunterricht sollen die Schülerinnen und Schüler in die Lage versetzt werden, mathematische Kompetenzen für den Alltag und die Berufswelt zu entwickeln. Zudem dient das Fach Mathematik als Vorbereitung auf weiterführende Bildungswege und ein mögliches Studium.

Gemäß unserem Schulkonzept möchte das Fach Mathematik einen qualitativ hochwertigen Unterricht gestalten, einen Beitrag zur individuellen Förderung leisten und zur Medienkompetenz der Schülerinnen und Schüler beitragen.

Bedeutung des Fachs Mathematik für die Schülerinnen und Schüler

Das Fach Mathematik spielt eine bedeutende Rolle für die persönliche und berufliche Entwicklung der Schülerinnen und Schüler. Mathematische Kenntnisse und Fähigkeiten sind in vielen Berufen und Studiengängen unverzichtbar. Durch den Mathematikunterricht werden logisches Denken und abstraktes Denkvermögen gefördert, was sich positiv auf andere Fächer und das allgemeine Denkvermögen auswirkt. Zudem legt Mathematik die Grundlagen für naturwissenschaftliche und technische Fächer. Darüber hinaus ist Mathematik eine wichtige Grundlage für statistische Analysen und Entscheidungsfindungen im Alltag.

Bildung für nachhaltige Entwicklung

Mit dem Fach Mathematik wollen wir zusätzlich den 17 Zielen für nachhaltige Entwicklung der Vereinten Nationen nachkommen, die an der Peter-Ustinov-Gesamtschule eine große Rolle spielen:

Durch die Integration von Themen wie Umweltschutz, sozialer Gerechtigkeit und wirtschaftlicher Nachhaltigkeit in den Mathematikunterricht wollen wir das mathematische Verständnis unserer

Schülerinnen und Schüler fördern und sie zugleich für globale Herausforderungen sensibilisieren. Unser Ziel ist es, ihnen die notwendigen Kompetenzen zu vermitteln, um kritisch mit Daten umzugehen, fundierte Entscheidungen zu treffen und aktiv an einer nachhaltigen Zukunft mitzuarbeiten. Deshalb verpflichten wir uns, in regelmäßigen Abständen Sachkontextaufgaben mit Zielen der BNE zu verknüpfen. In unserem schulinternen Lehrplan integrieren wir zudem Kompetenzen, die mit den Zielen der BNE übereinstimmen. Diese Ziele basieren auf den vom Ministerium für Schule und Bildung des Landes Nordrhein-Westfalen herausgegebenen Leitlinien zur Bildung für nachhaltige Entwicklung. Bei vielen Unterrichtsvorhaben stehen Vorschläge für BNE-Aufgaben bereit. Den Lehrkräften bleibt jedoch die Freiheit, auch andere Aufgaben mit BNE-Aspekten nach eigenen Interessen oder aktuellen Themen auszuwählen, um einen relevanten und ansprechenden Unterricht zu gewährleisten.

Text – markierte Passagen, stellen die Vorschläge für BNE-Aufgaben dar.

ENTSCHEIDUNGEN ZUM UNTERRICHT

An der Peter-Ustinov-Gesamtschule Monheim wird der Mathematikunterricht entsprechend den Vorgaben des Kernlehrplans strukturiert und organisiert. Dabei werden verschiedene Unterrichtsformen eingesetzt, um den unterschiedlichen Bedürfnissen und Lernvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler gerecht zu werden. Neben dem klassischen Frontalunterricht kommen auch kooperative Lernformen, Gruppenarbeit und individuelle Lernphasen zum Einsatz. Die Unterrichtsorganisation wird regelmäßig evaluiert (mit Hilfe der Plattform SEfU – „Schüler als Experten für Unterricht“) und bei Bedarf angepasst, um eine optimale Lernumgebung zu schaffen.

Wir nutzen die digitale Lernplattform Scobees sowie Online-Ressourcen, wie beispielsweise GeoGebra-Applets und Escape-Rooms, um den Mathematikunterricht zeitgemäß und interaktiv zu gestalten. Als Teil unseres modularen Mathematiksystems setzen wir das TI-Nspire Computer-Algebra-System (kurz CAS) als App ein. Die App wurde von der Stadt Monheim finanziert und steht den Schülerinnen und Schülern während ihrer gesamten Oberstufenlaufbahn auf ihrem iPad zur Verfügung. Dadurch gewährleisten wir, dass alle Schülerinnen und Schüler Zugang zu modernen und effektiven Hilfsmitteln haben, die sie bei der Lösung mathematischer Aufgaben unterstützen. Durch die Bereitstellung digitaler Materialien tragen wir aktiv zu den Zielen für nachhaltige Entwicklung der Vereinten Nationen bei: Wir reduzieren den Papierverbrauch (Ziel 12: Nachhaltiger Konsum und Produktion) und fördern die Chancengleichheit (Ziel 1: Keine Armut). Mit diesen Angeboten wollen wir zudem die Medienkompetenz der Schülerinnen und Schüler der Sekundarstufe I weiter ausbauen. Mithilfe des CAS können wir vertiefend auf Tabellenkalkulation eingehen und Graphen besser analysieren. Das fördert nicht nur das mathematische Verständnis, sondern legt auch den Grundstein für eine hochwertige Bildung (Ziel 4: Hochwertige Bildung).

Um die Integration von künstlicher Intelligenz in unseren Unterricht voranzutreiben, haben wir uns im Schuljahr 2024/2025 entschieden, am Projekt "Agiles Lernen mit Unterstützung durch KI" im Rahmen der Zukunftsschulen NRW in der Einführungsphase teilzunehmen. Ziel ist es, die künstliche Intelligenz primär als Feedbacksystem zu etablieren, welches mithilfe von fiete.ai und den fobizz-Tools umgesetzt wird. In der Vertiefungsstunde haben die Schülerinnen und Schüler der Einführungsphase die Möglichkeit, ihren Lernraum selbst zu wählen. Hierbei stehen verschiedene Zonen (Räume) zur Verfügung: die Ruhezone (für individuelles Arbeiten im eigenen Lerntempo), die Teamzone (für kooperatives Arbeiten in Gruppen), die Trainingszone (zur gezielten Förderung leistungsschwacher Schülerinnen und Schüler sowie zur Stärkung der Basiskompetenzen) und die Talentzone (zur Förderung leistungsstarker Schülerinnen und Schüler und zur Vorbereitung auf den Leistungskurs), jeweils betreut von einer Lehrkraft. Mit der Teilnahme an diesem Projekt streben wir an, der individuellen Förderung unserer Schülerinnen und Schüler noch besser gerecht zu werden. Eine erste Evaluation des Projekts, die Ende März (2025) durchgeführt wurde, zeigte, dass die freie Wahl des Lernraums von den Schülerinnen und Schülern sehr geschätzt wird und ausreichend Zeit zum Üben und Wiederholen ermöglicht. Daher planen wir, das Projekt im Schuljahr 2025/2026 auf jeden Fall fortzuführen. Durch die Integration von KI in den Unterricht fördern wir nicht nur die Medienkompetenz, sondern auch innovative Lernmethoden, die unseren Schülerinnen und Schülern helfen, sich auf die Herausforderungen der digitalen Zukunft vorzubereiten (Ziel 4: Hochwertige Bildung).

Darüber hinaus legen wir Wert auf sprachsensiblen Unterricht und fördern die Fachsprache durch den Einsatz von Vokabellisten und anderen vielfältigen Methoden (z. B. Wortgeländer, Vokabellisten). Diese Maßnahmen unterstützen nicht nur das Verständnis mathematischer Konzepte, sondern tragen auch hier zur Chancengleichheit bei, indem sie allen Schülerinnen und Schülern, unabhängig von ihrem sprachlichen Hintergrund, den Zugang zu mathematischen Inhalten erleichtern. Durch die Förderung der Fachsprache im Mathematikunterricht helfen wir den Schülerinnen und Schülern, ihre kommunikativen Fähigkeiten zu stärken und sie besser auf die Anforderungen einer zunehmend komplexen und globalisierten Welt vorzubereiten (Ziel4: Hochwertige Bildung).

ABFOLGE VERBINDLICHER UNTERRICHTSVORHABEN DER EINFÜHRUNGSPHASE

In dem nachfolgenden Übersichtstableau über die Unterrichtsvorhaben wird die für alle Lehrerinnen und Lehrer gemäß Fachkonferenzbeschluss verbindliche Verteilung der Unterrichtsvorhaben für die Einführungsphase dargestellt.

Die Übersicht dient dazu, allen am Bildungsprozess Beteiligten einen Überblick über Themen bzw. didaktische Fragestellungen der Unterrichtsvorhaben unter Angabe besonderer Schwerpunkte in den Inhalten und in der Kompetenzentwicklung zu verschaffen.

Verdeutlicht wird dadurch, welches Wissen und welche Fähigkeiten in einem zeitlich wie zu bemessenden Unterrichtsvorhaben nach Idee der Fachkonferenz besonders gut zu erlernen sind und welche Aspekte deshalb im Unterricht hervorgehoben thematisiert werden sollten.

Der schulinterne Lehrplan ist so gestaltet, dass er zusätzlichen Spielraum für Vertiefungen, besondere Interessen von Schülerinnen und Schülern, aktuelle Themen bzw. die Erfordernisse anderer besonderer Ereignisse (z.B. Praktika, Stufenfahrten o.Ä.) belässt.

Abweichungen über die notwendigen Absprachen hinaus sind im Rahmen des pädagogischen Gestaltungsspielraumes der Lehrkräfte möglich. Unberührt davon bleibt, dass die Umsetzung aller gemäß Lehr- und Kernlehrplan ausgewiesenen Inhalte und Kompetenzerwartungen sicherzustellen ist.

Text – markierte Passagen, stellen zusätzliche Inhalte zum Fordern dar, die für zukünftige Leistungskursschülerinnen und -schüler von Bedeutung sind.

Die in den Materialhinweisen genannten Arbeitsblätter sind alle auf unserer Schulplattform IServ im Gruppenordner „TEAM.Mathe.Sek2“ hinterlegt, zu dem jede Mathematiklehrerin und jeder Mathematiklehrer mit Fakultas für die Sekundarstufe 2 Zugang hat.

Darüber hinaus sind die entsprechenden Lerneinheiten auf der Lernplattform Scobees benannt. Dort finden die Schülerinnen und Schüler zudem die zentralen Klausuren der letzten Jahre.

Was den zeitlichen Umfang betrifft, so entspricht bei uns eine Stunde 65 Minuten.

Grobe Zeitplanung:

Unterrichtsvorhaben 1: Funktionen – Bekanntes und Neues
Herbstferien
Unterrichtsvorhaben 2: Ableitungen
Weihnachtsferien
Unterrichtsvorhaben 3: Transformationen
Unterrichtsvorhaben 4: Funktionsuntersuchung
Osterferien
Unterrichtsvorhaben 5: Vektoren
Zentrale Klausur
Unterrichtsvorhaben 6: Geraden im Raum

ÜBERSICHT ÜBER DIE UNTERRICHTSVORHABEN - EINFÜHRUNGSPHASE

Unterrichtsvorhaben 1: Funktionen – Bekanntes und Neues

Inhaltsfeld Funktionen und Analysis

- Funktionen: Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten, ganzrationale Funktionen
- Eigenschaften von Funktionen: Verlauf des Graphen, Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrie, Verhalten für x→±∞

Thema Inhalt	**Kompetenzen** Die Schülerinnen und Schüler können...	
	Inhaltsbezogene Kompetenzen	**Prozessbezogene Kompetenzen**
1 Funktionen 2 Lineare und quadratische Funktionen 3 Potenzfunktionen 4 Ganzrationale Funktionen 1. + 2. Klausur Zeitumfang: 18 Stunden	(1) bestimmen die Eigenschaften von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten und von ganzrationalen Funktionen, (2) lösen Polynomgleichungen, die sich durch einfaches Ausklammern auf lineare oder quadratische Gleichungen zurückführen lassen, ohne Hilfsmittel, (3) erkunden und systematisieren den Einfluss von Parametern im Funktionsterm auf die Eigenschaften der Funktion (quadratische Funktionen, Potenzfunktionen), **BNE Kompetenzen** erkennen von und Auseinandersetzung bei der Medikamenteneinnahme mit Widersprüchen, Unwägbarkeiten, Dilemmata (zwischen notwendiger Behandlung und Überdosierungsgefahr) und Risiken sowie Interessen- und Zielkonflikten	Ope-(1) wenden grundlegende Kopfrechenfertigkeiten sicher an, Ope-(3) führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch, Ope-(5) führen Darstellungswechsel sicher aus, Ope-(6) führen verschiedene Lösungs- und Kontrollverfahren durch, vergleichen und bewerten diese, Ope-(7) nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren und wählen diese situationsgerecht aus, Ope-(11) nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden, Ope-(12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum ... - Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen auch abhängig von Parametern, - zielgerichteten Variieren von Parametern von Funktionen, - Erstellen von Graphen und Wertetabellen von Funktionen, Pro-(1) stellen Fragen zu zunehmend komplexen Problemsituationen, Pro-(4) erkennen Muster und Beziehungen und generieren daraus Vermutungen, Pro-(7) setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein, Pro-(10) überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen und interpretieren diese vor dem Hintergrund der Fragestellung, Pro-(11) analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern, Pro-(12) vergleichen und beurteilen verschiedene Lösungswege und optimieren diese mit Blick auf Schlüssigkeit und Effizienz, Arg-(2) unterstützen Vermutungen durch geeignete Beispiele, Arg-(3) präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur, Arg-(13) überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können, Kom-(3) erläutern mathematische Begriffe in innermathematischen und anwendungsbezogenen Zusammenhängen, Kom-(5) formulieren eigene Überlegungen und beschreiben zunehmend komplexe eigene Lösungswege, Kom-(6) verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang, Kom-(7) wählen begründet geeignete digitale und analoge Medien und mathematische Darstellungsformen (graphisch-visuell, algebraisch-formal, numerisch-tabellarisch, verbal-sprachlich) aus, Kom-(8) wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen, Kom-(10) konzipieren, erstellen und präsentieren analoge und digitale Lernprodukte, Kom-(11) greifen Beiträge auf und entwickeln sie weiter.

ÜBERSICHT ÜBER DIE UNTERRICHTSVORHABEN - EINFÜHRUNGSPHASE

Umsetzung:

Zu Beginn dieser Einheit wird der Funktionsbegriff vertiefend thematisiert und Definitions- und Wertebereiche eingeführt. Bevor die Potenzfunktionen eingeführt werden, werden lineare und quadratische Funktionen wiederholt, um den unterschiedlichen Bedürfnissen und Lernvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler (die aus Grund- und Erweiterungskursen kommen) gerecht zu werden. Die Potenzfunktionen mit ganzrationalen Exponenten werden mithilfe der TI-Nspire CAS App untersucht und systematisiert , wobei Aspekte wie Verlauf, Symmetrie, besondere Punkte, Definitions- und Wertebereich, Verhalten für $x \to \pm\infty$ handelt werden. Die neu eingeführten Fachbegriffe werden durch visuelle Impulse wie Erklärvideos, Lückentexte, Arbeitsplänen etc. sprachsensibel entwickelt.

Ausgehend von den Potenzfunktionen werden die ganzrationalen Funktionen definiert und mit Blick auf die Eigenschaften untersucht. Mithilfe des Graphen werden schon in diesem Unterrichtsvorhaben Monotonie und Extrempunkte fachsprachlich eingeführt und betrachtet. Im Rahmen der Nullstellenberechnung werden algebraische Rechentechniken der SI ohne Hilfsmittel wiederholt und erweitert. Verschiedene Wege zur Berechnung der Nullstellen werden verglichen und beurteilt, dabei auftretende Fehler werden analysiert. Auch die Vorteile einer Darstellung mithilfe von Linearfaktoren und die Bedeutung der Vielfachheit einer Nullstelle werden hier thematisiert.

In diesem Unterrichtsvorhaben muss ein besonderes Augenmerk auf die Einführung elementarer Bedienkompetenzen der TI-Nspire-CAS-App gerichtet werden. Der Fokus liegt dabei auf der Darstellung von Graphen inklusive Einstellungen und Schiebereglern sowie auf dem Definieren von Funktionen und dem Lösen von Gleichungen, beispielsweise zur Berechnung von Nullstellen.

In dieser Einheit sollen bereits Anwendungsaufgaben in den Fokus genommen werden, wenngleich diese noch recht trivial und nicht so umfangreich sind. Auf der Lernplattform Scobees finden die Schülerinnen und Schüler eine beispielhafte Aufgabe zur Wirkstoffkonzentration eines Medikaments im Blut. Diese Aufgabe bietet die Möglichkeit, das relevante Nachhaltigkeitsziel 3: Gesundheit und Wohlergehen zu integrieren. Hier könnte das Bewusstsein für die Bedeutung eines verantwortungsvollen Medikamentenmanagements geschärft werden. Die Schülerinnen und Schüler setzen sich mit den Widersprüchen zwischen notwendiger Medikamenteneinnahme und den Risiken einer Überdosierung auseinander. Sie lernen, wie wichtig informierte Entscheidungen sind, um die eigene Gesundheit und das Wohlergehen anderer zu fördern.

Materialhinweis:

Lernplattform Scobees: Lerneinheit „Funktionen“

Übersichtsblatt „Lineare Funktionen“

Arbeitsblatt „Potenzfunktionen – Ein Arbeitsplan“

Video-Link: Ganzrationale Funktionen: Globalverhalten (x gegen plus/minus unendlich) (youtube.com)

ÜBERSICHT ÜBER DIE UNTERRICHTSVORHABEN - EINFÜHRUNGSPHASE

Unterrichtsvorhaben 2: Ableitungen

Inhaltsfeld Funktionen und Analysis

- Grundverständnis des Ableitungsbegriffs: mittlere und lokale Änderungsrate, graphisches Ableiten, Sekante und Tangente
- Differentialrechnung: Ableitungsregeln (Potenz-, Summen- und Faktorregel)

Thema **Inhalt**	**Kompetenzen** Die Schülerinnen und Schüler können... **Inhaltsbezogene Kompetenzen**	**Prozessbezogene Kompetenzen**
1 Mittlere Änderungsrate 2 Momentane Änderungsrate 3 Ableitungsfunktion 4 Ableitungsregeln 5 Tangente und Normale 3. Klausur Zeitumfang: 22 Stunden	(5) berechnen mittlere und lokale Änderungsraten und interpretieren sie im Sachkontext, (6) erläutern den Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit und zurückgelegter Strecke anhand entsprechender Funktionsgraphen, (7) erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der mittleren zur lokalen Änderungsrate und nutzen die Schreibweise $\lim\limits_{x\to\ldots} f(x)$, (8) deuten die Ableitung an einer Stelle als lokale Änderungsrate sowie als Steigung der Tangente an den Graphen, (9) bestimmen Sekanten-, Tangenten- sowie Normalensteigungen und berechnen Steigungswinkel, (10) beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion), (11) leiten Funktionen graphisch ab und entwickeln umgekehrt zum Graphen der Ableitungsfunktion einen passenden Funktionsgraphen, (13) nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichem Exponenten. (14) wenden die Summen- und Faktorregel an und beweisen eine dieser Ableitungsregeln,	Ope-(1) wenden grundlegende Kopfrechenfertigkeiten sicher an, Ope-(2) übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt, Ope-(3) führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch, Ope-(4) verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten, Ope-(5) führen Darstellungswechsel sicher aus, Ope-(11) nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden, Ope-(12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum ... - Erstellen von Graphen und Wertetabellen von Funktionen, Mod-(5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathe-matischen Modells, Mod-(6) beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung, Pro-(2) analysieren und strukturieren die Problemsituation, Pro-(3) wählen zur Erfassung einer Situation heuristische Hilfsmittel aus (Skizze, informative Figur, Ta-belle, experimentelle Verfahren), Pro-(4) erkennen Muster und Beziehungen und generieren daraus Vermutungen, Pro-(7) setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein, Arg-(3) präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur, Arg-(4) erläutern Zusammenhänge zwischen Fachbegriffen, Arg-(5) begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogi-sche Argumente, Arg-(9) erklären vorgegebene Argumentationsketten und mathematische Beweise, Arg-(12) beurteilen Argumentationsketten hinsichtlich ihres Geltungsbereichs und ihrer Übertragbarkeit Arg-(13) überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können, Kom-(2) beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren, Kom-(3) erläutern mathematische Begriffe in innermathematischen und anwendungsbezogenen Zusam-menhängen, Kom-(4) erfassen und erläutern mathematische Darstellungen, auch wenn diese nicht vertraut sind, Kom-(6) verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang, Kom-(8) wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen.

	BNE Kompetenzen	
	erkennen von und Auseinandersetzung bei der Medikamenteneinnahme mit Widersprüchen, Unwägbarkeiten, Dilemmata (zwischen notwendiger Behandlung und Überdosierungsgefahr) und Risiken sowie Interessen- und Zielkonflikten systemische Einordnung von nachhaltigkeitsrelevanten Sachverhalten	

Umsetzung:

In verschiedenen Anwendungskontexten (z.B.: Schlittenfahrt, Flugzeuglandung, ...) werden durchschnittliche Änderungsraten, durchschnittliche Steigungen und anknüpfend daran Sekanten betrachtet, berechnet und im Kontext interpretiert. Dabei werden quadratische Funktionen als Weg-Zeit-Funktion bei Fall- und Wurf- und anderen gleichförmig beschleunigten Bewegungen gedeutet. Neben zeitabhängigen Vorgängen soll auch eine (geometrische) Steigung im Sachzusammenhang als Kontext betrachtet werden.

Der Begriff der momentanen Änderungsrate wird in den eingeführten Sachzusammenhängen vorstellungsgebunden genutzt. Als Kontext für den Übergang von der durchschnittlichen zur momentanen Änderungsrate wird die vermeintliche Diskrepanz zwischen der Durchschnittsgeschwindigkeit zum Beispiel bei der Schlittenfahrt und der momentanen Geschwindigkeit genutzt, die nicht von einem Tacho abgelesen werden kann.

Die TI-Nspire CAS App wird zur numerischen und grafischen Darstellung des Grenzprozesses beim Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate bzw. der Sekante zur Tangente (Zoomen) eingesetzt. Hierbei wird die Limes-Schreibweise verwendet. Der Begriff der Tangente wird in Abgrenzung zu den Vorstellungen der SI problematisiert und analytisch definiert.

Im Zusammenhang mit dem graphischen Ableiten und dem Begründen der Eigenschaften eines Funktionsgraphen sollen die Schülerinnen und Schüler in besonderer Weise zum Vermuten, Begründen und Präzisieren ihrer Aussagen angehalten werden.

Anschließend wird die Frage aufgeworfen, ob mehr als numerische und qualitative Untersuchungen in der Differentialrechnung möglich sind. Für geeignete einfache Funktionen werden der Grenzübergang bei der „h-Methode“ unter Verwendung der Limesschreibweise exemplarisch durchgeführt und erste Ableitungsfunktionen berechnet.

Um die Ableitungsregel für höhere Potenzen und Summen zu vermuten, nutzen die Schülerinnen und Schüler die TI-Nspire CAS App. Die Potenz, Summen- und Faktorregel für Ableitungen wird formuliert.

Auch in dieser Lerneinheit bietet die Aufgabe zur Wirkstoffkonzentration eines Medikaments im Blut die Möglichkeit, das relevante Nachhaltigkeitsziel 3 („Gesundheit und Wohlergehen“) abzudecken. Die Schülerinnen und Schüler lernen, wie die Wirkstoffkonzentration in einem komplexen biologischen System wie dem menschlichen Körper beeinflusst wird und welche Wechselwirkungen zwischen Medikamenteneinnahme, Abbauprozessen und der Gesundheit bestehen. Diese systemische Perspektive fördert ein tieferes Verständnis für die Bedeutung eines verantwortungsvollen Medikamentenmanagements und dessen Auswirkungen auf das individuelle und gesellschaftliche Wohlbefinden.

ÜBERSICHT ÜBER DIE UNTERRICHTSVORHABEN - EINFÜHRUNGSPHASE

Bei innermathematischen und anwendungsbezogenen Aufgaben vertiefen die Schülerinnen und Schüler abschließend ihre erworbenen Kompetenzen und berechnen Gleichungen von Sekanten, Tangenten und Normalen sowie Steigungswinkel. Die anwendungsbezogenen Aufgaben sollen bereits umfangreicher gestaltet werden als im ersten Unterrichtsvorhaben, aber noch nicht den finalen Umfang der zentralen Klausur erreichen.

Materialhinweis:

Lernplattform Scobees: Lerneinheit „Ableitung“

Arbeitsblatt „01. Einführungsaufgabe Schlitten“

Arbeitsblatt „02. Hinführung momentane Änderungsrate“

GeoGebra Applet Hinführung zur momentanen Änderungsrate – GeoGebra

ÜBERSICHT ÜBER DIE UNTERRICHTSVORHABEN - EINFÜHRUNGSPHASE

Unterrichtsvorhaben 3: Transformationen

Inhaltsfeld Funktionen und Analysis

- Transformationen: Spiegelung an den Koordinatenachsen, Verschiebung, Streckung

Thema **Inhalt**	**Kompetenzen** Die Schülerinnen und Schüler können…	
	Inhaltsbezogene Kompetenzen	**Prozessbezogene Kompetenzen**
1 Transformation 2 Trigonometrische Funktionen Zeitumfang: 8 Stunden	(3) erkunden und systematisieren den Einfluss von Parametern im Funktionsterm auf die Eigenschaften der Funktion (Sinusfunktion), (4) wenden Transformationen bezüglich beider Achsen auf Funktionen (ganzrationale Funktionen, Sinusfunktion) an und deuten die zugehörigen Parameter, **BNE Kompetenzen** Kenntnis verschiedener Dimensionen einer nachhaltigen Entwicklung in Bezug auf Tourismus (ökologisch, ökonomisch, sozial, kulturell, politisch) Kenntnis der Zusammenhänge von lokalen bis globalen Perspektiven auf den Tourismus Beurteilung von Folgen und Wechselwirkungen des Tourismus auf vergangenen, gegenwärtigen und zukünftigen gesellschaftliche Entscheidungen	Ope-(11) nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden, Ope-(12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum … - zielgerichteten Variieren von Parameter von Funktionen, - Erstellen von Graphen und Wertetabellen von Funktionen, Mod-(1) erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung, Mod-(2) treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor, Mod-(3) übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle, Mod-(5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells, Arg-(1) stellen Fragen, die für die Mathematik charakteristisch sind, und stellen begründete Vermutungen über die Existenz und Art von Zusammenhängen auf, Arg-(2) unterstützen Vermutungen durch geeignete Beispiele, Arg-(3) präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur, Arg-(13) überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können, Kom-(1) erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen auszunehmend komplexen mathematik-haltigen analogen und digitalen Quellen sowie aus mathematischen Fachtexten und Unterrichts-beiträgen, Kom-(7) wählen begründet geeignete digitale und analoge Medien und mathematische Darstellungsfor-men (graphisch-visuell, algebraisch-formal, numerisch-tabellarisch, verbal-sprachlich) aus, Kom-(8) wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen,

ÜBERSICHT ÜBER DIE UNTERRICHTSVORHABEN - EINFÜHRUNGSPHASE

Umsetzung:

Diese Unterrichtseinheit über Transformationen beginnt mit einer kurzen, aber gezielten Wiederholung der grundlegenden Begrifflichkeiten. Die Schülerinnen und Schüler frischen ihr Wissen über Verschiebungen und Streckungen auf, wobei der Fokus auf der Anwendung dieser Konzepte auf quadratische Funktionen in der Scheitelpunktform liegt. Diese Wiederholung dient nicht nur der Auffrischung, sondern legt auch das Fundament für das Verständnis komplexerer Transformationen.

Anschließend erfolgt der Übergang in das Thema Transformationen mithilfe eines interaktiven GeoGebra Applets oder dem CAS. Durch das Entdecken und Experimentieren mit verschiedenen Transformationen können die Schüler die Auswirkungen von Verschiebungen und Streckungen auf Funktionen visuell nachvollziehen. Diese entdeckende Herangehensweise fördert das aktive Lernen und motiviert die Schülerinnen und Schüler, eigene Hypothesen aufzustellen und zu überprüfen.

Die Einführung der Sinusfunktionen erfolgt ebenfalls über ein GeoGebra Applet oder dem CAS, das es den Schülern ermöglicht, die Eigenschaften und das Verhalten dieser Funktionen interaktiv zu erkunden. Die Transformationen der Sinusfunktion werden vertiefend geübt, indem die Schüler verschiedene Parameter anpassen und die Auswirkungen auf den Funktionsgraphen beobachten. Diese visuelle und praktische Auseinandersetzung mit den trigonometrischen Funktionen unterstützt das Verständnis für deren periodisches Verhalten und die Bedeutung der Parameter.

Um das Erlernte in einen konkreten Sachkontext zu integrieren, kann das Beispiel des periodischen Reiseaufkommens eines Ferienortes herangezogen werden. Die Schülerinnen und Schüler analysieren, wie sich saisonale Schwankungen im Reiseaufkommen mathematisch beschreiben lassen. Diese Verbindung zur realen Welt macht die Mathematik greifbar und zeigt den Schülern die Relevanz der trigonometrischen Funktionen in alltäglichen Situationen. In diesem Kontext könnten außerdem die wirtschaftlichen Aspekte des Tourismus reflektiert werden. Saisonale Schwankungen bringen sowohl ökologische Auswirkungen (z. B. auf die Umwelt) als auch ökonomische Chancen (z. B. Einnahmen für lokale Unternehmen) mit sich, während sie gleichzeitig soziale und kulturelle Herausforderungen (z. B. Überlastung der Infrastruktur oder Verlust lokaler Identität) darstellen. Diese Überlegungen stehen im Einklang mit Ziel 8: Menschenwürdige Arbeit und Wirtschaftswachstum sowie Ziel 11: Nachhaltige Städte und Gemeinden.

Im weiteren Verlauf der Einheit wird die TI-Nspire CAS App verwendet, um algebraische Operationen und grafische Darstellungen zu unterstützen. Die Schülerinnen und Schüler lernen, wie sie mit diesem leistungsstarken Tool effizient arbeiten können, um ihre Funktionen zu analysieren und Transformationen zu visualisieren.

Materialhinweis:

Lernplattform Scobees: (noch in der) Lerneinheit „Funktionen“ verankert

Arbeitsblatt „Funktionen transformieren“

Arbeitsblatt „diverse Übungen Sinus- Cosinus“

ÜBERSICHT ÜBER DIE UNTERRICHTSVORHABEN - EINFÜHRUNGSPHASE

Unterrichtsvorhaben 4: Funktionsuntersuchung

Inhaltsfeld Funktionen und Analysis

- Differentialrechnung: Ableitungsregeln (Potenz-, Summen- und Faktorregel), Monotonie, Extrempunkte, lokale und globale Extrema, Krümmungsverhalten, Wendepunkte

Thema **Inhalt**	**Kompetenzen** Die Schülerinnen und Schüler können…	
	Inhaltsbezogene Kompetenzen	**Prozessbezogene Kompetenzen**
1 Monotonie 2 Extremstellen 3 Krümmungsverhalten 4 Wendestellen 5 Sachkontext Zentrale Klausur Zeitumfang: 15 Stunden	(5) berechnen mittlere und lokale Änderungsraten und interpretieren sie im Sachkontext, (9) bestimmen Sekanten-, Tangenten- sowie Normalensteigungen und berechnen Steigungswinkel, (12) beschreiben das Monotonieverhalten einer Funktion mithilfe der Ableitung, (13) nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichem Exponenten, (14) wenden die Summen- und Faktorregel an und beweisen eine dieser Ableitungsregeln, (15) unterscheiden lokale und globale Extrema im Definitionsbereich, (16) verwenden das notwendige Kriterium und hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- bzw. Wendepunkten, (17) beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mithilfe der 2. Ableitung, (18) nutzen an den unterschiedlichen Darstellungsformen einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente, um Lösungswege effizient zu gestalten, (19) lösen innermathematische und anwendungsbezogene Problemstellungen mithilfe von ganzrationalen Funktionen.	Ope-(1) wenden grundlegende Kopfrechenfertigkeiten sicher an, Ope-(2) übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt, Ope-(4) verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten, Ope-(5) führen Darstellungswechsel sicher aus, Ope-(7) nutzen schematisierte und strategiegeleitete Verfahren und wählen diese situationsgerecht aus, Ope-(9) verwenden grundlegende Eigenschaften mathematischer Objekte zur Bearbeitung von Problestellungen, Ope-(11) nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden, Ope-(12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum … - Erstellen von Graphen und Wertetabellen von Funktionen, - Ermitteln eines Funktionsterms der Ableitung einer Funktion auch abhängig von Parametern, Ope-(13) entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Mathematikwerkzeuge und wählen diese begründet aus, Mod-(3) übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle, Mod-(4) ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu, Mod-(5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells, Mod-(6) beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung, Mod-(8) benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit, Mod-(9) verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung, Pro-(4) erkennen Muster und Beziehungen und generieren daraus Vermutungen, Pro-(5) nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teil-probleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Spezialisieren und Verallgemeinern), Pro-(6) wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren sowie Medien und Werkzeuge zur Problemlösung aus, Pro-(8) berücksichtigen einschränkende Bedingungen, Pro-(9) entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus, Pro-(10) überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen und interpretieren diese vor dem Hintergrund der Fragestellung,

	BNE Kompetenzen Kenntnis verschiedener Dimensionen einer nachhaltigen Entwicklung in Bezug auf Hochwasserereignisse und ihre vielfältigen Auswirkungen (ökologisch, ökonomisch, sozial, kulturell, politisch) Kenntnis der Zusammenhänge von lokalen Hochwasserereignissen und globalen Klimaveränderungen Systemische Einordnung von nachhaltigkeitsrelevanten Sachverhalten Beurteilung von Folgen und Wechselwirkungen historischer und aktueller Hochwasservorsorgemaßnahmen für die Gesellschaft sowie der sich daraus ergebenden Handlungsoptionen für die Zukunft.	Pro-(12) vergleichen und beurteilen verschiedene Lösungswege und optimieren diese mit Blick auf Schlüssigkeit und Effizienz, Pro-(13) benennen zugrundeliegende heuristische Strategien und Prinzipien und übertragen diese begründet auf andere Problemstellungen, Arg-(1) stellen Fragen, die für die Mathematik und stellen charakteristisch sind, begründete Vermutungen über die Existenz und Art von Zusammenhängen auf, Arg-(4) erläutern Zusammenhänge zwischen Fachbegriffen, Arg-(5) begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente, Arg-(6) entwickeln tragfähige Argumentationsketten durch die Verknüpfung von einzelnen Argumenten, Arg-(8) verwenden in ihren Begründungen vermehrt logische Strukturen (notwendige und hinreichende Bedingung, Folgerung, Äquivalenz, Und- sowie Oder- Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen), Arg-(9) erklären vorgegebene Argumentationsketten und mathematische Beweise, Arg-(10) beurteilen, ob vorliegende Argumentationsketten vollständig und fehlerfrei sind, Arg-(11) ergänzen lückenhafte und korrigieren fehlerhafte Argumentationsketten, Arg-(12) beurteilen Argumentationsketten hinsichtlich ihres Geltungsbereichs und ihrer Übertragbarkeit, Kom-(5) formulieren eigene Überlegungen und beschreiben zunehmend komplexe eigene Lösungswege, Kom-(7) wählen begründet geeignete digitale und analoge Medien und mathematische Darstellungsformen (graphisch-visuell, algebraisch-formal, numerisch-tabellarisch, verbal-sprachlich) aus, Kom-(9) dokumentieren und präsentieren Arbeitsschritte, Lösungswege und Argumentationen vollständig und kohärent, Kom-(12) nehmen zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten, Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung, Kom-(13) vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen unter mathematischen Gesichtspunkten hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität.

Umsetzung:

Zu Beginn dieser Lerneinheit stehen die Schülerinnen und Schüler vor der Herausforderung, den Verlauf verschiedener Graphen ganzrationaler Funktionen zu beschreiben. Sie lernen, charakteristische Punkte wie Nullstellen, Extrempunkte und Wendepunkte zu identifizieren und zu benennen. Um dem sprachsensiblen Unterricht gerecht zu werden, stehen den Schülerinnen und Schülern unterstützende Materialien wie zum Beispiel ein Wortgeländer zur Verfügung. Diese Hilfsmittel fördern nicht nur den fachlichen Austausch, sondern helfen den Schülern auch, mathematische Begriffe präzise zu verwenden und ihre Gedanken klar zu formulieren.

Im weiteren Verlauf der Einheit wird der Zusammenhang zwischen den Extrempunkten einer Funktion und ihrer Ableitung intensiv untersucht. Die Schülerinnen und Schüler lernen, Monotonieintervalle zu bestimmen und das Vorzeichenwechselkriterium an den Nullstellen der Ableitung anzuwenden. Diese analytische Herangehensweise fördert das Verständnis für notwendige und hinreichende Bedingungen und schult die Argumentationsfähigkeit der Schüler. Durch gezielte Übungen und Diskussionen werden die Lernenden dazu angeregt, vorstellungsbezogen zu argumentieren und ihre Ergebnisse zu erklären.

Neben dem Vorzeichenwechselkriterium werden die Schülerinnen und Schüler auch mit Situationen konfrontiert, in denen sie die Eigenschaften des Graphen oder Terms (z. B. Globalverhalten, Symmetrie) zur Argumentation heranziehen müssen. Diese Auseinandersetzung führt zu einer differenzierten Unterscheidung zwischen lokalen und globalen Extremstellen. Durch den Einsatz von graphischen Darstellungen und interaktiven Tools wird das Verständnis für diese Konzepte vertieft.

ÜBERSICHT ÜBER DIE UNTERRICHTSVORHABEN - EINFÜHRUNGSPHASE

Im Anschluss an die Untersuchung der Extrempunkte folgt die Analyse des Krümmungsverhaltens der Funktionen. Die Schülerinnen und Schüler lernen, Wendepunkte zu identifizieren und die Rolle höherer Ableitungen im Rahmen hinreichender Bedingungen zur Bestimmung von Extrem- und Wendestellen zu verstehen. Diese vertiefte Auseinandersetzung mit den Ableitungen und deren Bedeutung fördert das analytische Denken und die Fähigkeit, mathematische Zusammenhänge zu erkennen.

Mit einem Kettenquiz können die Schülerinnen und Schüler am Ende der Einheit noch einmal sprachlich gefördert werden: Sie sollen in der Lage sein, alle Fachbegriffe der Einheit zu erklären.

Ein besonderer Schwerpunkt dieser Einheit liegt auf der Berücksichtigung der Operatoren und dem Umgang mit der TI-Nspire-CAS-App. Hierfür könnte das Arbeitsblatt „Sachkontext und CAS_EF“ verwendet werden, das eine umfangreiche Sammlung von Teilaufgaben zu einem beispielhaften Sachkontext – in diesem Fall Hochwasser – enthält. Bei jeder Teilaufgabe muss der entsprechende CAS-Befehl angegeben werden. Dabei werden die Operatoren „angeben“, „bestimmen“ und „berechnen“ differenziert. Darüber hinaus bietet sich die Gelegenheit, erneut auf relevante Nachhaltigkeitsziele einzugehen. So kann beispielsweise Ziel 11: Nachhaltige Städte thematisiert werden, da Hochwasserereignisse erhebliche Auswirkungen auf die Infrastruktur haben. Auch Ziel 13: Maßnahmen zum Klimaschutz kann angesprochen werden, um das Bewusstsein der Schülerinnen und Schüler für die Notwendigkeit von Klimaschutzmaßnahmen zu schärfen – insbesondere angesichts der zunehmenden Häufigkeit und Intensität solcher Hochwasserereignisse. Diese Thematik hat zudem regionale Bedeutung für die Schülerinnen und Schüler, da Monheim am Rhein liegt und hier Hochwassergefahren durchaus auftreten können.

Materialhinweis:

Lernplattform Scobees: Lerneinheit „Funktionsuntersuchung“

Wortgeländer

GeoGebra Applet Eine vollständige Kurvendiskussion – GeoGebra

Arbeitsblatt „Sachkontext und CAS_EF“

Kettenquiz

ÜBERSICHT ÜBER DIE UNTERRICHTSVORHABEN - EINFÜHRUNGSPHASE

Unterrichtsvorhaben 5: Vektoren

Inhaltsfeld Analytische Geometrie und Lineare Algebra

- Koordinatisierungen des Raumes: Punkte, Ortsvektoren, Vektoren
- Vektoroperationen: Addition, Multiplikation mit einem Skalar
- Eigenschaften von Vektoren: Länge, Kollinearität

Thema **Inhalt**	**Kompetenzen** Die Schülerinnen und Schüler können...	
	Inhaltsbezogene Kompetenzen	**Inhaltsbezogene Kompetenzen**
1 Punkte und Figuren im Raum 2 Vektoren 3 Rechnen mit Vektoren 4 Geometrische Figuren Zentrale Klausur Zeitumfang: 12 Stunden	(6) wählen geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhalts in der Ebene und im Raum, (2) stellen geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem dar, (3) deuten Vektoren geometrisch als Verschiebungen und in bestimmten Sachkontexten als Geschwindigkeit, (4) berechnen Längen von Vektoren und Abstände zwischen Punkten mithilfe des Satzes des Pythagoras, (5) addieren Vektoren, multiplizieren Vektoren mit einem Skalar und untersuchen Vektoren auf Kollinearität, (6) weisen Eigenschaften geometrischer Figuren mithilfe von Vektoren nach,	Ope-(1) wenden grundlegende Kopfrechenfertigkeiten sicher an, Ope-(3) führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch, Ope-(4) verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten, Ope-(8) erstellen Skizzen geometrischer Situationen und wechseln zwischen Perspektiven, Ope-(11) nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden, Ope-(12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum ... - Darstellen von geometrischen Situationen im Raum, Mod-(1) erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung, Mod-(2) treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor, Pro-(2) analysieren und strukturieren die Problemsituation, Pro-(3) wählen zur Erfassung einer Situation heuristische Hilfsmittel aus (Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren), Arg-(5) begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente, Kom-(4) erfassen und erläutern mathematische Darstellungen, auch wenn diese nicht vertraut sind, Kom-(6) verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang, Kom-(7) wählen begründet geeignete digitale und analoge Medien und mathematische Darstellungsformen (graphisch-visuell, algebraisch-formal, numerisch-tabellarisch, verbal-sprachlich) aus, Kom-(8) wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen.

ÜBERSICHT ÜBER DIE UNTERRICHTSVORHABEN - EINFÜHRUNGSPHASE

Umsetzung:

In dieser Unterrichtseinheit zu Vektoren wird den Schülerinnen und Schülern die grundlegende Idee der Vektoren in einem dreidimensionalen Raum nähergebracht. Zu Beginn der Einheit nutzen die Schüler geeignete geometrische Modelle, wie beispielsweise Quader, um die aus der Sekundarstufe I bekannten Schrägbilder zu wiederholen. Ein interaktives GeoGebra-Applet kann eingesetzt werden, um den Schülerinnen und Schülern das selbstständige Einzeichnen von Punkten in ein dreidimensionales kartesisches Koordinatensystem zu ermöglichen. Durch das Experimentieren mit diesem digitalen Werkzeug können die Schüler direkt beobachten, wie sich Punkte im Raum verhalten und welche Auswirkungen verschiedene Koordinaten auf die räumliche Anordnung haben.

Parallel zur Entwicklung einer angemessenen Raumvorstellung wird auch an der Entwicklung einer adäquaten Symbolsprache gearbeitet. Die Schülerinnen und Schüler erarbeiten die verschiedenen Darstellungen von Vektoren, einschließlich Ortsvektoren, Richtungsvektoren und Gegenvektoren. Diese Informationen werden in verschiedenen Aufgabenstellungen bearbeitet.

Ein weiterer zentraler Aspekt der Einheit ist die Untersuchung von Verkettungen von Verschiebungen. Die Schülerinnen und Schüler lernen, wie diese grafisch und algebraisch zur Vektoraddition und zur Multiplikation mit einem Skalar führen. Die Anschaulichkeit kann erneut mit einem GeoGebra Applet erfolgen.

Mit Hilfe von Vektoren werden Punkte und Strecken geometrischer Figuren ermittelt, darunter Mittelpunkte, Schnittpunkte, Diagonalen und Streckenlängen. Besonderes Augenmerk wird auf die Eigenschaften geometrischer Figuren gelegt, insbesondere auf Viereckstypen. Hierbei wird auch der Begriff der Kollinearität eingeführt und verwendet.

Die Länge einer Strecke wird mithilfe des Satzes des Pythagoras bestimmt, was den Schülerinnen und Schülern eine konkrete Methode zur Berechnung von Distanzen im Raum bietet. Wenn die Zeit es erlaubt, wird auch das Skalarprodukt erarbeitet, um den Schülern ein weiteres Werkzeug zur Analyse von Vektoren und deren Beziehungen zu vermitteln.

Materialhinweis:

Lernplattform Scobees: Lerneinheit „Analytische Geometrie“

GeoGebra Applet Punkte im kartesischen Koordinatensystem – GeoGebra

GeoGebra Applet Eckpunkte eines Quaders angeben – GeoGebra

GeoGebra Applet Vektoren – GeoGebra

GeoGebra Applet Rechnen mit Vektoren – GeoGebra

GeoGebra Applet Mittelpunkt berechnen – GeoGebra

ÜBERSICHT ÜBER DIE UNTERRICHTSVORHABEN - EINFÜHRUNGSPHASE

Unterrichtsvorhaben 6: Geraden im Raum

Inhaltsfeld Analytische Geometrie und Lineare Algebra

- Geraden und Strecken: Parameterform
- Lagebeziehung von Geraden: identisch, parallel, windschief, sich schneidend
- Schnittpunkte: Geraden

Thema **Inhalt**	**Kompetenzen** Die Schülerinnen und Schüler können…	
	Inhaltsbezogene Kompetenzen	**Prozessbezogene Kompetenzen**
1 Geraden im Raum 2 Gegenseitige Lage von Geraden 3 Sachkontext Zeitumfang: 14 Stunden	(7) stellen Geraden und Strecken in Parameterform dar, (8) interpretieren Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext, (9) untersuchen Lagebeziehungen von Geraden, (10) untersuchen geometrische Situationen im Raum mithilfe digitaler Mathematikwerkzeuge, (11) nutzen Eigenschaften von Vektoren und Parametergleichungen von Geraden beim Lösen von innermathematischen und anwendungsbezogenen Problemstellungen, (12) lösen lineare Gleichungssysteme im Zusammenhang von Lagebeziehungen von Geraden und interpretieren die jeweilige Lösungsmenge.	Ope-(1) wenden grundlegende Kopfrechenfertigkeiten sicher an, Ope-(6) führen verschiedene Lösungs- und Kontrollverfahren durch, vergleichen und bewerten diese, Ope-(8) erstellen Skizzen geometrischer Situationen und wechseln zwischen Perspektiven, Mod-(2) treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor, Mod-(3) übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle, Mod-(5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells, Mod-(8) benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit, Pro-(6) wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren sowie Medien und Werkzeuge zur Problemlösung aus, Pro-(7) setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein, Pro-(8) berücksichtigen einschränkende Bedingungen, Pro-(9) entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus, Pro-(10) überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen und interpretieren diese vor dem Hintergrund der Fragestellung, Pro-(12) vergleichen und beurteilen verschiedene Lösungswege und optimieren diese mit Blick auf Schlüssigkeit und Effizienz, Arg-(4) erläutern Zusammenhänge zwischen Fachbegriffen, Arg-(6) entwickeln tragfähige Argumentationsketten durch die Verknüpfung von einzelnen Argumenten, Arg-(7) nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch), Arg-(8) verwenden in ihren Begründungen vermehrt logische Strukturen (notwendige und hinreichende Bedingung, Folgerung, Äquivalenz, Und- sowie Oder- Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen), Kom-(2) beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren, Kom-(3) erläutern mathematische Begriffe in innermathematischen und anwendungsbezogenen Zusammenhängen, Kom-(10) konzipieren, erstellen und präsentieren analoge und digitale Lernprodukte, Kom-(11) greifen Beiträge auf und entwickeln sie weiter, Kom-(12) nehmen zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten, Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung.

ÜBERSICHT ÜBER DIE UNTERRICHTSVORHABEN - EINFÜHRUNGSPHASE

Umsetzung:

Zunächst kann ein geometrisches Objekt anhand einer ausführlichen Flugzeugaufgabe durch Vektoren beschrieben. Daran anschließend werden lineare Bewegungen z.B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben. Dabei sollten Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen und diskutiert werden.

Ergänzend zum dynamischen Zugang wird die rein geometrische Frage aufgeworfen, wie eine Gerade durch zwei Punkte zu beschreiben ist. Hierbei wird herausgearbeitet, dass zwischen unterschiedlichen Parametrisierungen einer Geraden gewechselt werden kann. Punktproben sowie Berechnungen sollen auch ohne Hilfsmittel durchgeführt werden.

Im Anwendungskontext (z.B. der Flugzeugaufgabe, Kondensstreifen) werden Lagebeziehungen von Geraden untersucht und systematisiert. Die Untersuchung von Schnittpunkten zweier durch Geraden modellierter Flugbahnen führt dabei auf ein lineares 3x2-Gleichungssystem.

Einfache lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen werden als Wiederholung aus der Sekundarstufe I ohne Hilfsmittel gelöst, für komplexere LGS wird die TI-Nspire CAS App verwendet. Ein algorithmisches Lösungsverfahren (z.B. der Gaußalgorithmus) wird später in der Qualifikationsphase bei den Steckbriefaufgaben eingeführt und geübt.

-> Aufgrund von zeitlichen Engpässen, die gegen Ende des Schuljahres in der Einführungsphase auftreten, wird die Lagebeziehung von Geraden häufig in die Qualifikationsphase verlegt.

Zum Abschluss der Reihe haben die Schülerinnen und Schüler die Möglichkeit, ihr erworbenes Wissen in einem Escape Room unter Beweis zu stellen. Dabei werden durch das kooperative Lösen von Rätseln in der Lerngruppe auch die Sozialkompetenz sowie die prozessbezogene Kompetenz Kommunizieren gestärkt.

Materialhinweis:

Lernplattform Scobees: Lerneinheit „Analytische Geometrie“

Arbeitsblatt „Geraden“

Geraden im Raum – GeoGebra

Escape Room – Flucht aus dem Museum

ABFOLGE VERBINDLICHER UNTERRICHTSVORHABEN DER QUALIFIKATIONSPHASE

In dem nachfolgenden Übersichtstableau über die Unterrichtsvorhaben wird die für alle Lehrerinnen und Lehrer gemäß Fachkonferenzbeschluss verbindliche Verteilung der Unterrichtsvorhaben für die Qualifikationsphase dargestellt.

Die Übersicht dient dazu, allen am Bildungsprozess Beteiligten einen Überblick über Themen bzw. didaktische Fragestellungen der Unterrichtsvorhaben unter Angabe besonderer Schwerpunkte in den Inhalten und in der Kompetenzentwicklung zu verschaffen.

Verdeutlicht wird dadurch, welches Wissen und welche Fähigkeiten in einem zeitlich wie zu bemessenden Unterrichtsvorhaben nach Idee der Fachkonferenz besonders gut zu erlernen sind und welche Aspekte deshalb im Unterricht hervorgehoben thematisiert werden sollten.

Der schulinterne Lehrplan ist so gestaltet, dass er zusätzlichen Spielraum für Vertiefungen, besondere Interessen von Schülerinnen und Schülern, aktuelle Themen bzw. die Erfordernisse anderer besonderer Ereignisse (z.B. Praktika, Stufenfahrten o.Ä.) belässt.

Abweichungen über die notwendigen Absprachen hinaus sind im Rahmen des pädagogischen Gestaltungsspielraumes der Lehrkräfte möglich. Unberührt davon bleibt, dass die Umsetzung aller gemäß Lehr- und Kernlehrplan ausgewiesenen Inhalte und Kompetenzerwartungen sicherzustellen ist.

Text – markierte Passagen, stellen die Inhalte des Leistungskurses dar.

Die in den Materialhinweisen genannten Arbeitsblätter sind alle auf unserer Schulplattform IServ im Gruppenordner „TEAM.Mathe.Sek2“ hinterlegt, zu dem jede Mathematiklehrerin und jeder Mathematiklehrer mit Fakultas für die Sekundarstufe 2 Zugang hat.

Darüber hinaus sind die entsprechenden Lerneinheiten auf der Lernplattform Scobees benannt. Dort finden die Schülerinnen und Schüler zudem die zentralen Abiturprüfungen der letzten Jahre mit vielen Tipps und handschriftlichen Lösungen.

Was den zeitlichen Umfang betrifft, so entspricht bei uns eine Stunde 65 Minuten.

Grobe Zeitplanung Q1 GK:

Unterrichtsvorhaben 1: Weiterführung der Funktionsuntersuchung
Herbstferien
Unterrichtsvorhaben 2: Integralrechnung
Weihnachtsferien
Unterrichtsvorhaben 3: Stochastik 1 – Statistik und Wahrscheinlichkeit
Osterferien
Unterrichtsvorhaben 4: Stochastik 2 - Binomialverteilung
Sommerferien

Grobe Zeitplanung Q1 LK:

Unterrichtsvorhaben 1: Weiterführung der Funktionsuntersuchung
Herbstferien
Unterrichtsvorhaben 2: Integralrechnung
Weihnachtsferien
Unterrichtsvorhaben 3: Stochastik 1 – Statistik und Wahrscheinlichkeit
Unterrichtsvorhaben 4: Stochastik 2 - Binomialverteilung
Osterferien
Unterrichtsvorhaben 4: Stochastik 2 - Binomialverteilung
Unterrichtsvorhaben 4.1 LK: Stochastik 3 – Prognose- und Konfidenzintervalle
Sommerferien

Grobe Zeitplanung Q2 GK:

Unterrichtsvorhaben 5: Ebenen
Herbstferien
Unterrichtsvorhaben 6: Exponentialfunktionen
Weihnachtsferien
Unterrichtsvorhaben 7: Zusammengesetzte Funktionen
Osterferien
Abiturprüfungen

Grobe Zeitplanung Q2 LK:

Unterrichtsvorhaben 5: Ebenen
Unterrichtsvorhaben 5.1 LK: Abstandsuntersuchungen
Herbstferien
Unterrichtsvorhaben 5.1 LK: Abstandsuntersuchungen
Unterrichtsvorhaben 6: Exponentialfunktionen
Weihnachtsferien
Unterrichtsvorhaben 7: Zusammengesetzte Funktionen
Osterferien
Abiturprüfungen

ÜBERSICHT ÜBER DIE UNTERRICHTSVORHABEN - QUALIFIKATIONSPHASE

Unterrichtsvorhaben 1: Weiterführung der Funktionsuntersuchung

Inhaltsfeld Funktionen und Analysis

- Funktionen: ganzrationale Funktionen
- Eigenschaften von Funktionen: Verlauf des Graphen, Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrie, Verhalten für $x \to \pm\infty$
- Fortführung der Differentialrechnung: Funktionsscharen, Extremwertprobleme, Rekonstruktion von Funktionstermen („Steckbriefaufgaben“)

Inhaltsfeld Analytische Geometrie und Lineare Algebra

- Lineare Gleichungssysteme

Thema **Inhalt**	**Kompetenzen** Die Schülerinnen und Schüler können...	
	Inhaltsbezogene Kompetenzen	**Prozessbezogene Kompetenzen**
1 Wiederholung Funktionsuntersuchung EF 2 Extremwertprobleme 3 Rekonstruktion von Funktionstermen 4 Funktionen mit Parametern 1. Klausur Zeitumfang: GK 18 Stunden Zeitumfang: LK 20 Stunden	(1) (2) führen Extremwertprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese, (2) (3) nutzen die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen sowie der Transformationen dieser Funktionen zur Beantwortung von Fragestellungen, (3) (4) bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben, (5) interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext der Fragestellung und untersuchen ihren Einfluss auf Eigenschaften von Funktionsscharen, (5) (6) bilden ohne Hilfsmittel die Ableitungen von ganzrationalen Funktionen sowie von Potenzfunktionen mit rationalem Exponenten (7) untersuchen Funktionen auch in Abhängigkeit von Parametern mithilfe von vorgegebenen und mit dem MMS ermittelten Ableitungen im Kontext der Fragestellung, (20) (23) lösen innermathematische und anwendungsbezogene Problemstellungen mithilfe von ganzrationalen Funktionen (1) lösen biquadratische Gleichungen auch ohne Hilfsmittel, (7) (6) erläutern ein algorithmisches Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme,	Ope-(4) verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten Ope-(12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum ... - zielgerichteten Variieren von Parametern von Funktionen - Erstellen von Graphen und Wertetabellen von Funktionen - Ermitteln eines Funktionsterms der Ableitung einer Funktion auch abhängig von Parametern - Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen auch abhängig von Parametern, Ope-(13) entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Mathematikwerkzeuge und wählen diese begründet aus, Mod-(1) erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung, Mod-(2) treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor, Mod-(3) übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle, Mod-(4) ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu Mod-(5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells Mod-(6) beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung Mod-(7) reflektieren die Abhängigkeit der Lösungen von den getroffenen Annahmen Mod-(8) benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit Mod-(9) verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung Pro-(5) nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teil-probleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Spezialisieren und Verallgemeinern), Pro-(6) wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren sowie Medien und Werkzeuge zur Problemlösung aus, Pro-(7) setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein, Pro-(8) berücksichtigen einschränkende Bedingungen, Pro-(9) entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus, Pro-(10) überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen und interpretieren diese vor dem Hintergrund der Fragestellung,

	(8) (7) wenden ein algorithmisches Lösungsverfahren ohne digitale Mathematikwerkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind,	
	BNE Kompetenzen	
	Entwicklung von Lösungsbeiträgen für das gesellschaftlich relevante Thema Reduzierung von Abfall und damit verbundene Herausforderungen	

Umsetzung:

Zu Beginn der Lerneinheit wird an das Vorwissen aus der Einführungsphase angeknüpft indem eine vollständige Funktionsuntersuchung durchgeführt werden soll und anschließend auch in einen Sachzusammenhang gestellt. Im Leistungskurs wird hier die Nullstellenrechnung durch Substitution ergänzt. Anschließend werden Extremwertprobleme mit Nebenbedingungen gelöst. Dabei können zum Beispiel Verpackungen optimiert und verbessert werden. Die Schülerinnen und Schüler lernen, wie man Extremwertprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurückführt und diese löst, zusätzlich wiederholen sie zum Lösen dieser Aufgaben auch Potenzen mit negativen Exponenten abzuleiten. Damit wird das Nachhaltigkeitsziel 12: Nachhaltiger Konsum und Produktion der BNE gefördert, da den Schülerinnen und Schülern beigebracht wird, wie mathematische Modelle zur Reduzierung von Abfall und zur Verbesserung der Ressourcennutzung beitragen können. Im nächsten Schritt werden ganzrationale Funktionen (in Form von Steckbriefaufgaben) bestimmt. Dazu kann ein Problem mit Eisenbahnschienen behandelt werden, bei dem zwei gerade Eisenbahnstrecken „knickfrei" und „ohne Krümmungssprung" verbunden werden sollen. Im Zusammenhang mit dieser Aufgabe werden auch Problemlösestrategien thematisiert. Da Steckbriefaufgaben viel Fachsprache enthalten, erarbeiten die Schülerinnen und Schüler in dieser Einheit Übersetzungshilfen zur Lösung von Steckbriefaufgaben. Außerdem wird der Gauß-Algorithmus zur Lösung linearer Gleichungssysteme mit drei Unbekannten eingeführt. In Anbetracht der Lösbarkeit von Steckbriefaufgaben, kann bereits auf über- und unterbestimmte lineare Gleichungssysteme eingegangen werden. Zum Abschluss der Reihe können mit Hilfe eines Geogebra-Applets Funktionen mit Parametern eingeführt (Vögel auf einer Schnur, Springbrunnen - Bellagio) und untersucht werden. Die Schülerinnen und Schüler lernen, wie Parameter in Funktionstermen das Verhalten der Funktion beeinflussen. Der Leistungskurs geht hier noch einen Schritt weiter und bestimmt Ortskurven und gemeinsame Punkte von Funktionsscharen.

Besonderes Augenmerk soll in diesem Unterrichtsvorhaben auf die Bedienkompetenz des TI-Nspire CAS Applets gelegt werden, wobei der Schwerpunkt auf dem Umgang mit Funktionen und Graphen mit Parametern, d.h. dem Umgang mit Schiebereglern sowie dem Lösen von linearen Gleichungssystemen liegt.

Materialhinweis:

Lernplattform Scobees: Lerneinheit „Ganzrationale Funktionen"

Arbeitsblatt „Welcome back – Einstieg Q1"

Arbeitsblatt „Sachkontext und Kurvendiskussion"

Arbeitsblatt „Problem Zugschiene"

Arbeitsblatt „Steckbriefaufgaben – Übersetzungshilfen"

Arbeitsblatt „Einführung Funktionenschar, Vögel"

Unterrichtsvorhaben 2: Integralrechnung

Inhaltsfeld Funktionen und Analysis

- Integralrechnung: Produktsumme, orientierte Fläche, Bestandsfunktion, Integralfunktion, Stammfunktion, bestimmtes Integral, Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung

Thema **Inhalt**	**Kompetenzen** Die Schülerinnen und Schüler können…		
	Inhaltsbezogene Kompetenzen		**Prozessbezogene Kompetenzen**
1 Rekonstruktion einer Größer 2 Das Integral 3 Der Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung 4 Regeln zur Bestimmung von Stammfunktionen 5 Integrale und Flächeneinheiten 6 Uneigentliche Integrale 7 Rotationskörper	(11) (14)	interpretieren Produktsummen im Sachkontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe,	Ope-(3) führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch Ope-(4) verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten Ope-(12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum … – Ermitteln bestimmter und unbestimmter Integrale auch abhängig von Parametern Mod-(1) erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung Mod-(2) treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor Mod-(3) übersetzen zunehmend komplexe Mod-(4) ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu Mod-(5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells
	(12) (15)	deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext der Fragestellung,	
	(13) (16)	skizzieren zum Graphen einer gegebenen Randfunktion den Graphen der zugehörigen Flächeninhaltsfunktion,	
	(14) (17)	erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs,	
	(15) (18)	erläutern geometrisch-anschaulich den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung und wenden ihn an, begründen den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung unter Verwendung eines anschaulichen Stetigkeitsbegriffs und wenden den Hauptsatz an,	
	(16) (19)	nutzen vorgegebene Stammfunktionen und bestimmen ohne Hilfsmittel Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen,	
	(17) (20)	nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen,	
	(18) (21)	ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion,	
	(19) (22)	ermitteln Flächeninhalte mithilfe von bestimmten Integralen, und uneigentlichen Integralen sowie Volumina von Körpern, die durch die Rotation um die Abszisse entstehen,	
2. Klausur Zeitumfang: GK 16 Stunden Zeitumfang: LK 24 Stunden	(7)	untersuchen Funktionen auch in Abhängigkeit von Parametern mithilfe von vor-gegebenen und mit dem MMS ermittelten Ableitungen und unbestimmten Integralen („Stammfunktionen“) im Kontext der Fragestellung,	

	(20) lösen innermathematische und anwendungsbezogene (23) Problemstellungen mithilfe von ganzrationalen Funktionen	
	BNE Kompetenzen Reflexion der Möglichkeiten und Grenzen beim Errichten von Photovoltaikanlagen (unter anderem in privaten, staats- und wirtschaftsbürgerlichen Rollen) Auseinandersetzung mit Möglichkeiten der aktiven Teilnahme und Mitgestaltung an Nachhaltigkeitsprozessen, insbesondere im Kontext der Implementierung erneuerbarer Energien wie Photovoltaikanlagen.	

Umsetzung:

Die Einheit beginnt mit der Anwendung der Integralrechnung, um eine Größe aus ihrer Änderungsrate zu rekonstruieren. Die Schülerinnen und Schüler lernen, wie man z.B. Bestandsfunktionen aus einer Zuflussrate rekonstruiert. Dies geschieht zunächst nur mit Hilfe von Dreiecks- und Rechtecksflächen und wird dann auf beliebige Funktionen abstrahiert und mit Ober- und Untersumme berechnet. Die Schülerinnen und Schüler lernen, wie das Integral als Grenzwert von Summen interpretiert und zur Berechnung von Flächen unter Kurven verwendet werden kann. Dies geschieht mit Hilfe eines GeoGebra-Applets, um die Veränderung von Ober- und Untersumme auch grafisch und algebraisch zu untersuchen. Anschließend wird die Integralschreibweise eingeführt, der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung erarbeitet und Regeln zur Bestimmung der Stammfunktion hergeleitet. Für die Bestimmung von Flächen zwischen Graphen und x-Achse, Flächen unter der x-Achse und Flächen zwischen Funktionen sollen die Schülerinnen und Schüler selbstständig Lösungspläne entwickeln, die ihnen zukünftig bei der Bearbeitung solcher Aufgaben helfen sollen. Besonderer Wert wird auf die sprachliche Unterscheidung von orientierten Flächeninhalten und Flächeninhalten gelegt. Die Einbettung in den Sachkontext erfolgt z. B. durch die Flächenberechnung von Werbelogos und die Rekonstruktion der zurückgelegten Strecke eines Marathonläufers.

Der Leistungskurs beschäftigt sich im Anschluss noch mit uneigentlichen Integralen, wobei auch hier wieder Potenzen mit negativem Exponenten bzw. Wurzelfunktionen thematisiert werden und damit eine Stammfunktion gebildet wird. Zum Abschluss der Reihe werden Volumina von Rotationskörpern berechnet. Dazu werden verschiedene Gläser (Bierglas, Weinglas und Sektglas) genauer betrachtet und die Füllstände bestimmt.

Optional kann in dieser Einheit der Mittelwert von Funktionen behandelt werden, beispielsweise durch die Ermittlung der mittleren Leistung einer Photovoltaikanlage. Dadurch werden mehrere Nachhaltigkeitsziele abgedeckt, darunter Ziel 7 (Bezahlbare und saubere Energie) und Ziel 13 (Maßnahmen zum Klimaschutz). Die Schülerinnen und Schüler lernen, wie Photovoltaikanlagen zur Reduzierung des CO_2-Ausstoßes und zur Förderung einer sauberen Energieerzeugung beitragen und wie erneuerbare Energien die Auswirkungen des Klimawandels mindern können. Zusätzlich könnte die erschwerte Installation von Photovoltaikanlagen in Mietshäusern thematisiert werden. Dies bietet die Möglichkeit, mit außerschulischen Partnern wie dem lokalen Energieversorger MEGA zusammenzuarbeiten, der bereits eine Photovoltaikanlage auf einem Mietshaus im Berliner Viertel realisiert hat.

Auch in diesem Unterrichtsvorhaben muss die Bedienkompetenz des TI-Nspire CAS Applets gestärkt werden, wobei der Schwerpunkt auf dem Umgang mit Integralen liegt.

Materialhinweis:

Lernplattform Scobees: Lerneinheit „Integral“

Arbeitsblatt „Rekonstruktion einer Größe“

Arbeitsblatt „Grundstück am Rhein – Ober- und Untersumme“

Grundstück am Rhein – GeoGebra

Arbeitsblatt „Ralf Renner“

Arbeitsblatt “Flächenbestimmung Herleitung“

Arbeitsblatt „Mittelwert von Funktionen“

ÜBERSICHT ÜBER DIE UNTERRICHTSVORHABEN - QUALIFIKATIONSPHASE

Unterrichtsvorhaben 3: Stochastik 1 – Statistik und Wahrscheinlichkeit

Inhaltsfeld Stochastik

- Mehrstufige Zufallsexperimente: Urnenmodelle, Baumdiagramme, Vierfeldertafeln, bedingte Wahrscheinlichkeiten, Pfadregeln
- Kenngrößen: Erwartungswert, Varianz, Standardabweichung
- Diskrete Zufallsgrößen: Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Kenngrößen

Thema **Inhalt**	**Kompetenzen** Die Schülerinnen und Schüler können...	
	Inhaltsbezogene Kompetenzen	**Prozessbezogene Kompetenzen**
1 Wiederholung Sek I (Wahrscheinlichkeit, mehrstufige Zufallsexperimente) 2 Bedingte Wahrscheinlichkeit – stochastische Unabhängigkeit 3 Zufallsgrößen 4 Erwartungswert 5 Standardabweichung 3. Klausur Zeitumfang: GK 20 Stunden Zeitumfang: LK 20 Stunden	(1) planen und beurteilen statistische Erhebungen und nutzen dabei auch digitale Mathematikwerkzeuge, (2) untersuchen und beurteilen Stichproben mithilfe von Lage- und Streumaßen, und verwenden das Summenzeichen, (3) verwenden Simulationen zur Untersuchung stochastischer Situationen und nutzen dabei auch digitale Mathematikwerkzeuge, (4) verwenden Urnenmodelle (Ziehen mit und ohne Zurücklegen) zur Beschreibung von Zufallsprozessen und zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten, (5) bestimmen das Gegenereignis $\overline{A}$, verknüpfen Ereignisse durch die Operationen $A \setminus B, A \cap B, A \cup B$ und bestimmen die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten, (6) (7) beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente mithilfe von Baumdiagrammen und Vierfeldertafeln und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten, (7) prüfen Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente mithilfe von Vierfeldertafeln und Baumdiagrammen auf stochastische Unabhängigkeit, (8) lösen Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten, (9) erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen und bestimmen Wahrscheinlichkeitsverteilungen diskreter Zufallsgrößen, (10) bestimmen und deuten den Erwartungswert, die Varianz und die Standardabweichung von diskreten Zufallsgrößen,	Ope-(1) wenden grundlegende Kopfrechenfertigkeiten sicher an, Ope-(3) führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch, Ope-(2) übersetzen symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache und umgekehrt, Ope-(4) verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten, Ope-(5) führen Darstellungswechsel sicher aus Ope-(10) recherchieren Informationen und Daten aus Medienangeboten (Printmedien, Internet und Formelsammlungen) und reflektieren diese kritisch Ope-(12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum... – Ermitteln der Kennzahlen statistischer Daten und von Wahrscheinlichkeitsverteilungen Mod-(1) erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung Mod-(2) treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor Mod-(3) übersetzen zunehmend komplexe Mod-(4) ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu Mod-(5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells Mod-(6) beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung Mod-(7) reflektieren die Abhängigkeit der Lösungen von den getroffenen Annahmen Mod-(8) benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit

	BNE Kompetenzen	
	Systemische Einordnung von nachhaltigkeitsrelevanten Sachverhalten Identifikation und Analyse von Herausforderungen und Chancen in Entscheidungsprozessen und in Bezug auf Handlungsmöglichkeiten	

Umsetzung:

Die Unterrichtseinheit zum Thema Statistik und Wahrscheinlichkeit beginnt mit einer umfassenden Wiederholung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs. Hierbei werden zentrale Konzepte wie absolute und relative Häufigkeiten, Mittelwerte sowie Laplace-Experimente erörtert. Auch mehrstufige Zufallsexperimente und deren Darstellung durch Baumdiagramme stehen im Fokus. Diese Wiederholung legt das Fundament für ein vertieftes Verständnis der stochastischen Konzepte, die im weiteren Verlauf der Einheit behandelt werden.

Um das Gelernte zu festigen und anzuwenden, kann ein interaktives Escape Room Szenario genutzt werden. In dieser spannenden Umgebung müssen die Schüler verschiedene Aufgaben und Rätsel lösen, die auf den wiederholten Inhalten basieren. Die Flucht aus dem Escape Room fördert nicht nur die Teamarbeit und die Problemlösungsfähigkeiten der Schüler, sondern ermöglicht es ihnen auch, die erlernten Konzepte in einem praxisnahen Setting zu erproben. Darüber hinaus werden im Escape Room bereits Permutationen und das Gesetz der großen Zahlen thematisiert, was den Schülern hilft, ein tieferes Verständnis für die Anwendbarkeit dieser Konzepte zu entwickeln.

Das Gesetz der großen Zahlen wird als Schlüsselkonzept eingeführt, um den Erwartungswert zu erarbeiten. Bevor jedoch die endgültige Einführung des Erwartungswertes und der Standardabweichung erfolgt, wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße ausführlich behandelt. Die Schüler lernen, wie Zufallsgrößen dazu verwendet werden, Ergebnisse von Zufallsexperimenten quantitativ zu beschreiben und zu analysieren.

Ein praxisnahes Beispiel zur Vertiefung der Konzepte ist die Erarbeitung der bedingten Wahrscheinlichkeit und der stochastischen Abhängigkeit zum Beispiel anhand eines lokalen „Problems“: „Welche Stadt bevorzugt der Kurs: Köln oder Düsseldorf?“ Diese Fragestellung ermöglicht es den Schülern, die theoretischen Konzepte in einem vertrauten Kontext anzuwenden und eigene Daten zu erheben und auszuwerten. Durch die Analyse der Präferenzen ihrer Mitschüler lernen sie, wie Wahrscheinlichkeiten in realen Situationen interpretiert werden können.

Ein weiterer wichtiger Bestandteil der Unterrichtseinheit ist die Nutzung des TI-Nspire CAS Applets. Hierbei liegt der Schwerpunkt auf der Erzeugung von Zufallszahlen und der Anwendung von Tabellenkalkulationen. Die Schüler haben die Möglichkeit, mit modernen Technologien zu arbeiten, um Zufallsvariablen zu simulieren und statistische Berechnungen durchzuführen. Dies fördert nicht nur das technische Verständnis, sondern auch die Fähigkeit, Daten zu analysieren und zu visualisieren.

Eine gute Möglichkeit hier wieder Bildung für nachhaltige Entwicklung in den Blick zunehmen, wäre die Wahrscheinlichkeiten von Heilungsergebnissen im Kontext von Arztbesuchen systemisch mit Hilfe von Baumdiagrammen zu betrachten, indem sie die Zusammenhänge zwischen Patientenzahl, Behandlungserfolg und gesundheitlichen Auswirkungen analysieren und die Handlungsmöglichkeiten diskutieren, die sich für Patienten, Ärzte und das Gesundheitssystem ergeben, um die Heilungschancen zu optimieren. Zudem kann die stochastische Unabhängigkeit genutzt werden, um genderspezifische Unterschiede in der Medikamentenwirkung zu beleuchten und zu verstehen, wie diese Unterschiede die Wahrscheinlichkeiten von Heilungsergebnissen beeinflussen können.

Materialhinweis:

Lernplattform Scobees: Lerneinheit „Stochastik“

Escape Room - Flucht aus dem Spielcasino – GeoGebra

Arbeitsblatt „Vierfeldertafel und bedingte Wahrscheinlichkeit“

ÜBERSICHT ÜBER DIE UNTERRICHTSVORHABEN - QUALIFIKATIONSPHASE

Unterrichtsvorhaben 4: Stochastik 2 - Binomialverteilung

Inhaltsfeld Stochastik

- Diskrete Zufallsgrößen: Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Kenngrößen
- Binomialverteilung: Binomialkoeffizient, Kenngrößen, Histogramme

Thema **Inhalt**	**Kompetenzen** Die Schülerinnen und Schüler können...	
	Inhaltsbezogene Kompetenzen	**Prozessbezogene Kompetenzen**
1 Bernoulli-Experiment - Binomialverteilung 2 Erwartungswert, Standardabweichung und Histogramme 3 Kumulierte Wahrscheinlichkeit 4 Problemlösen mit der Binomialverteilung	(6) erklären die kombinatorische Bedeutung des Binomialkoeffizienten und berechnen diesen in einfachen Fällen auch ohne Hilfsmittel (11) (12) begründen, dass bestimmte Zufallsexperimente durch binomialverteilte Zufallsgrößen beschrieben werden können (12) (13) erklären die Binomialverteilung und beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf die Binomialverteilung, ihre Kenngrößen und die graphische Darstellung (13) (14) nutzen die Binomialverteilung und ihre Kenngrößen zur Beschreibung von Zufallsexperimenten und zur Lösung von Problemstellungen (14) (15) interpretieren die bei einer Stichprobe erhobene relative Häufigkeit als Schätzung einer zugrundeliegenden unbekannten Wahrscheinlichkeit	Ope-(12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum... – Ermitteln der Kennzahlen statistischer Daten und von Wahrscheinlichkeitsverteilungen – Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen – Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten (...) Zufallsgrößen Mod-(1) erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung Mod-(2) treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor Mod-(3) übersetzen zunehmend komplexe Mod-(4) ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu Mod-(5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells Mod-(6) beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung Mod-(7) reflektieren die Abhängigkeit der Lösungen von den getroffenen Annahmen Mod-(8) benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit Arg-(5) begründen Lösungswege und nutzen dabei mathematische Regeln und Sätze sowie sachlogische Argumente Arg-(6) entwickeln tragfähige Argumentationsketten durch die Verknüpfung von einzelnen Argumenten, Arg-(7) nutzen verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch), Arg-(8) verwenden in ihren Begründungen vermehrt logische Strukturen
	BNE Kompetenzen	
4. Klausur Zeitumfang: GK 17 Stunden Zeitumfang: LK 17 Stunden	Systemische Einordnung von nachhaltigkeitsrelevanten Sachverhalten Identifikation und Analyse von Herausforderungen und Chancen in Entscheidungsprozessen und in Bezug auf Handlungsmöglichkeiten	

Umsetzung:

In dieser Unterrichtseinheit zur Binomialverteilung erarbeiten die Schülerinnen und Schüler die Bernoulli-Formel zum Beispiel anhand des praxisnahen Beispiels eines Multiple-Choice-Tests. Durch selbstständiges Arbeiten wird das Verständnis für die theoretischen Grundlagen gefördert, während die Schüler gleichzeitig lernen, wie diese Konzepte in realen Situationen angewendet werden können. Im Leistungskurs wird vorab die Kombinatorik behandelt, insbesondere die Erarbeitung des Binomialkoeffizienten. Hierbei wird auf die im Escape Room erlernten Permutationen zurückgegriffen, um eine nahtlose Verbindung zwischen den Inhalten herzustellen und das Gelernte zu vertiefen.

Nach der Einführung in die Bernoulli-Formel könnte die Behandlung des Galton-Bretts folgen, ein klassisches Beispiel zur Veranschaulichung der Binomialverteilung. Um die Konzepte zu veranschaulichen, wird eine Online-Simulation eingesetzt, die den Schülern ermöglicht, die Prinzipien der Zufallsverteilung interaktiv zu erleben. Anhand dieser anschaulichen Darstellung können die Schüler Histogramme erstellen, die als grafische Darstellungen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen dienen. In diesem Zusammenhang werden auch der Erwartungswert und die Standardabweichung für Binomialverteilungen erarbeitet. Die Schülerinnen und Schüler analysieren, wie die Parameter n (Anzahl der Versuche) und p (Wahrscheinlichkeit eines Erfolgs) das Histogramm beeinflussen und somit die Form der Verteilung verändern.

Im nächsten Schritt werden kumulierte Wahrscheinlichkeiten behandelt. Zunächst bestimmen die Schüler diese graphisch mithilfe von Histogrammen, bevor sie die entsprechenden Formeln herleiten. Diese Herleitung fördert das analytische Denken und das Verständnis für die mathematischen Zusammenhänge der Binomialverteilung.

Ein zentraler Bestandteil der Einheit ist das Problemlösen mit der Binomialverteilung. Die Schülerinnen und Schüler üben, welche Größe in verschiedenen Aufgaben unbekannt ist und wie sie diese bestimmen können.

Besonderes Augenmerk wird in diesem Unterrichtsvorhaben auf die Bedienkompetenz des TI-Nspire CAS Applets gelegt. Die Schülerinnen und Schüler lernen, wie sie die Binomialverteilung mithilfe des Applets modellieren können. Dabei wird der Schwerpunkt auf die Eingabe der Formel sowie die praktische Anwendung von Bernoulli-Experimenten gelegt.

Auch in diesem Unterrichtsvorhaben zur Stochastik kann die Untersuchung der Heilungschancen erneut aufgegriffen, diesmal jedoch mithilfe der Binomialverteilung. Die Schülerinnen und Schüler lernen, wie die Binomialverteilung angewendet werden kann, um die Wahrscheinlichkeiten für verschiedene Heilungsergebnisse zu berechnen, wenn eine bestimmte Anzahl von Patienten zum Arzt geht. Die Schülerinnen und Schüler reflektieren, wie die Anwendung statistischer Methoden, wie der Binomialverteilung, zur Verbesserung von Behandlungsstrategien und zur Optimierung von Gesundheitsressourcen beitragen kann.

Materialhinweis:

Lernplattform Scobees: Lerneinheit „Stochastik“

Arbeitsblatt „Multiple Choice Test“

Arbeitsblatt „Galton-Brett“

Plinko Nagelbrett (colorado.edu)

Arbeitsblatt „kumulierte Wahrscheinlichkeit“

Arbeitsblatt „Modellieren mit Binomialverteilung“

ÜBERSICHT ÜBER DIE UNTERRICHTSVORHABEN - QUALIFIKATIONSPHASE

Unterrichtsvorhaben 4.1 LK: Stochastik 3 – Prognose- und Konfidenzintervalle

Inhaltsfeld Stochastik

- Diskrete Zufallsgrößen: Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Kenngrößen
- Binomialverteilung: Binomialkoeffizient, Kenngrößen, Histogramme, σ-Regeln
- Beurteilende Statistik: Prognoseintervall, Konfidenzintervall, Stichprobenumfang
- Normalverteilung: Dichtefunktion („Gauß'sche Glockenkurve"), Parameter μ und σ, Graph der Verteilungsfunktion

Thema **Inhalt**	**Kompetenzen** Die Schülerinnen und Schüler können...		
	Inhaltsbezogene Kompetenzen		**Prozessbezogene Kompetenzen**
5 Sigmaregel 6 Prognoseintervalle 7 Konfidenzintervalle 8 Stichprobenumfang schätzen 9 Normalverteilung	(16)	ermitteln mithilfe der σ-Regeln Prognoseintervalle für die absoluten und relativen Häufigkeiten in einer Stichprobe und interpretieren diese im Sachkontext	Ope-(12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum... – Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen – Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei (...) im Leistungskurs auch normalverteilten Zufallsgrößen – Berechnen der Grenzen von Konfidenzintervallen im Leistungskurs Pro-(1) stellen Fragen zu zunehmend komplexen Problemsituationen Pro-(2) analysieren und strukturieren die Problemsituation Pro-(10) überprüfen die Plausibilität von Ergebnissen und interpretieren diese vor dem Hintergrund der Fragestellung Pro-(12) vergleichen und beurteilen verschiedene Lösungswege und optimieren diese mit Blick auf Schlüssigkeit und Effizienz Arg-(4) erläutern Zusammenhänge zwischen Fachbegriffen Kom-(1) erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen analogen und digitalen Quellen sowie aus mathematischen Fachtexten und Unterrichtsbeiträgen Kom-(2) beschreiben Beobachtungen, bekannte Lösungswege und Verfahren Kom-(3) erläutern mathematische Begriffe in innermathematischen und anwendungs-bezogenen Zusammenhängen Kom-(4) erfassen und erläutern mathematische Darstellungen, auch wenn diese nicht vertraut sind Kom-(11) greifen Beiträge auf und entwickeln sie weiter Kom-(12) nehmen zu mathematikhaltigen, auch fehlerbehafteten, Aussagen und Darstellungen begründet und konstruktiv Stellung Kom-(14) vergleichen und beurteilen mathematikhaltige Informationen und Darstellungen in Alltagsmedien unter mathematischen Gesichtspunkten, Kom-(15) führen Diskussionsbeiträge zu einem Fazit zusammen
	(17)	ermitteln auf Grundlage einer relativen Häufigkeit ein Konfidenzintervall für den Parameter p einer binomialverteilten Zufallsgröße und interpretieren das Ergebnis im Sachkontext (Schluss von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit)	
	(18)	schätzen den für ein Konfidenzintervall vorgegebener Länge erforderlichen Stichprobenumfang ab	
	(19)	unterscheiden diskrete und stetige Zufallsgrößen und deuten die Verteilungsfunktion als Integralfunktion	
	(20)	untersuchen stochastische Situationen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen	
	(21)	beschreiben den Einfluss der Parameter μ und σ auf die Normalverteilung und die graphische Darstellung ihrer Dichtefunktion („Gauß'sche Glockenkurve")	
	BNE Kompetenzen		
Zeitumfang: LK 17 Stunden	Identifikation und Analyse von Herausforderungen und Chancen in Entscheidungsprozessen und in Bezug auf Handlungsmöglichkeiten Reflexion der Möglichkeiten und Grenzen eigenen Handelns in Bezug auf die Nutzung und Interpretation von Testergebnissen, insbesondere im Kontext der Corona-Pandemie		

Umsetzung:

Zu Beginn der Einheit im Leistungskurs werden die Sigma-Regeln mithilfe des CAS und Tabellenkalkulation hergeleitet. Hierbei werden für den Stichprobenumfang n Sequenzen in 100 Schritten erzeugt und für eine beliebige Trefferwahrscheinlichkeit p die Abweichungen um ein, zwei und drei Sigma vom Erwartungswert berechnet. Die Schülerinnen und Schüler entdecken auf diese Weise instinktiv die Sigma-Regeln und stellen fest, dass die symmetrischen Intervalle um den Erwartungswert umso aussagekräftiger werden, je größer n ist. Zudem ermöglicht die Arbeit mit dem CAS eine differenzierte Herangehensweise. Entweder können die einzelnen Rechenschritte in der Tabellenkalkulation nachvollzogen werden oder es kann ein variabler Wert für p verwendet werden. Dadurch ergibt sich die Möglichkeit, die Laplace-Regel zu erkennen.

Anschließend wird der Begriff des „Prognoseintervalls" eingeführt und der Schluss von der Gesamtheit auf eine Stichprobe thematisiert. Die Schülerinnen und Schüler werten Umfragen aus und setzen sich mit signifikanten Abweichungen auseinander. Danach erfolgt die Erarbeitung der Prognoseintervalle unter Verwendung relativer Häufigkeiten. Da die Herleitung und die Abschätzungen nicht ganz einfach sind, bietet es sich an, diese in Form von Schnipseln, die in die richtige Reihenfolge gebracht werden müssen, einzuführen. Zur grafischen Untermauerung dient der Wurzeltrichter, der in einem interaktiven GeoGebra-Applet untersucht werden kann.

Bevor das „Konfidenzintervall" eingeführt wird, erarbeiten die Schülerinnen und Schüler eine Alternative zum Wurzeltrichter: das Ellipsendiagramm. Dieses entdecken sie, nachdem der Wurzeltrichter hauptsächlich vorgegeben wurde, indem sie für ein festes n den Wert von p variieren und die Ergebnisse graphisch festhalten. Der Schritt zum „Konfidenzintervall" ist nun klein: Hierbei wird der Schluss von einer Stichprobe auf die Gesamtheit gezogen, was im Vorfeld jeder Wahl geschieht und den Schülerinnen und Schülern somit die Bedeutung des Themas verdeutlicht. Anhand weiterer praxisnaher Beispiele, wie den Ergebnissen zur Corona-Pandemie (beispielsweise dem Anteil der Bevölkerung mit Antikörpern oder der diagnostischen Sensitivität und Spezifität von Schnelltests), wird das Konzept vertieft. Die Analyse von Daten zur Corona-Pandemie und die Untersuchung der diagnostischen Sensitivität und Spezifität von Schnelltests fördern das Verständnis für die Bedeutung von Gesundheitsdaten und deren Interpretation in Krisensituationen, Ziel 3: Gesundheit und Wohlergehen. Die Schülerinnen und Schüler reflektieren die Möglichkeiten und Grenzen ihres eigenen Handelns in Bezug auf die Nutzung und Interpretation von Gesundheitsdaten, insbesondere im Kontext der Corona-Pandemie, und erkennen die Verantwortung, die mit der Entscheidungsfindung in Krisensituationen einhergeht. Anschließend erfolgt eine Schätzung des Stichprobenumfangs.

Die Einheit schließt mit der Einführung der Normalverteilung. Zunächst werden die Schülerinnen und Schüler auf die Grenzen diskreter Zufallsgrößen hingewiesen. Anschließend werden stetige Zufallsgrößen und Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen eingeführt. Sobald ausreichend Übungszeit zur Verfügung steht und die Grundlagen der Integralrechnung wiederholt wurden, wird die Gaußsche Glockenkurve eingeführt. Mithilfe eines GeoGebra-Applets können die Schülerinnen und Schüler dann ihre Eigenschaften erkunden. Im Anschluss können die Normalverteilung sowie die entsprechenden CAS-Befehle für schnellere Berechnungen eingeführt werden. An verschiedenen Rechenbeispielen stellen die Schülerinnen und Schüler fest, dass die Sigma-Regeln für die Normalverteilung exakt gelten. Abschließend werden typische Aufgaben zur Normalverteilung gelöst, bei denen entweder die Standardabweichung, der Erwartungswert oder die obere bzw. untere Grenze fehlt und ein symmetrisches Intervall bestimmt werden muss. Auch hierbei werden zahlreiche Beispiele aus der Realität herangezogen, etwa Durchschnittsgrößen.

Die Unterrichtseinheit fördert somit nicht nur das Verständnis für statistische Konzepte, sondern auch die Fähigkeit, kritisch mit Daten umzugehen und deren Relevanz im Alltag zu erkennen. Durch differenzierte Aufgabenstellungen wird auf die unterschiedlichen Leistungsniveaus der Schülerinnen und Schüler eingegangen, um alle Lernenden bestmöglich zu unterstützen.

Materialhinweis:

Lernplattform Scobees: Lerneinheit „Stochastik“

Wurzeltrichter – GeoGebra

Ellipsendiagramm – GeoGebra

Gaußsche Glockenkurve – GeoGebra

ÜBERSICHT ÜBER DIE UNTERRICHTSVORHABEN - QUALIFIKATIONSPHASE

Unterrichtsvorhaben 5: Ebenen

Inhaltsfeld Analytische Geometrie und Lineare Algebra

- Vektoroperation: Skalarprodukt
- Ebenen: Parameterform, Koordinatenform, Normalenform
- Schnittwinkel: Geraden, Geraden und Ebenen, Ebenen
- Schnittpunkte: Geraden und Ebenen
- Lineare Gleichungssysteme

Thema **Inhalt**	**Kompetenzen** Die Schülerinnen und Schüler können...	
	Inhaltsbezogene Kompetenzen	**Prozessbezogene Kompetenzen**
1 Wiederholung EF: Gerade und Lagebeziehung 2 Skalarprodukt 3 Ebenen im Raum – Parameterdarstellung 4 Koordinatenform und Normalenvektor 5 Schnittwinkel und Schnittpunkte 6 Sachkontext 5. Klausur Zeitumfang: GK 24 Stunden Zeitumfang: LK 24 Stunden	(1) (2) deuten das Skalarprodukt geometrisch (Orthogonalität, Betrag, Winkel zwischen Vektoren) und berechnen es (5) (9) berechnen die Größe des Schnittwinkels zwischen zwei sich schneidenden Objekten (9) (12) untersuchen geometrische Objekte oder Situationen in innermathematischen und anwendungsbezogenen Problemstellungen und deuten die Ergebnisse (1) stellen Ebenen, Parallelogramme und Dreiecke in Parameterform dar (2) (3) stellen Ebenen in Parameterform und in Koordinatenform dar verwenden Koordinatenformen von Ebenen zur Orientierung im Raum (Punktprobe, Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Normalenvektor) (3) stellen Ebenen in Normalenform sowie in Koordinatenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum (4) (5) berechnen Schnittpunkte von Geraden mit Ebenen (8) interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen (5) (9) berechnen die Größe des Schnittwinkels zwischen zwei sich schneidenden Objekten (6) nutzen Symmetriebetrachtungen in geometrischen Objekten zur Lösung von Problemstellungen und spiegeln Punkte an Ebenen in einfachen Fällen (9) (12) untersuchen geometrische Objekte oder Situationen in innermathematischen und anwendungsbezogenen Problemstellungen und deuten die Ergebnisse	Ope-(1) wenden grundlegende Kopfrechen-fertigkeiten sicher an Ope-(3) führen geeignete Rechenoperationen auf der Grundlage eines inhaltlichen Verständnisses durch Ope-(4) verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten Ope-(5) führen Darstellungswechsel sicher aus Ope-(8) erstellen Skizzen geometrischer Situationen und wechseln zwischen Perspektiven Ope-(11) nutzen Mathematikwerkzeuge zum Darstellen, Berechnen, Kontrollieren und Präsentieren sowie zum Erkunden Ope-(12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum ... - Darstellen geometrischer Situationen im Raum Mod-(1) erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung Mod-(2) treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor Mod-(3) übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle Mod-(5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells. Pro-(7) setzen Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein Pro-(8) berücksichtigen einschränkende Bedingungen Pro-(9) entwickeln Ideen für mögliche Lösungs-wege, planen Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems und führen Lösungspläne zielgerichtet aus.

Umsetzung:

Die Unterrichtseinheit zur analytischen Geometrie beginnt mit einer intensiven Wiederholung der Inhalte der Einführungsphase (EF), wobei der Schwerpunkt auf der Analyse von Geraden und deren Lagebeziehungen liegt. Diese Wiederholung dient nicht nur der Auffrischung des bereits Gelernten, sondern auch der Verknüpfung mit den neuen Themen der Einheit. In diese Wiederholung ist die Erarbeitung des Skalarproduktes und die Lagebeziehung von Geraden integriert, sofern dies in der EF noch nicht erfolgt ist.

Um die Konzepte der Ebenen in Parameterform anschaulich einzuführen zu können, kann ein praxisnahes Projekt untersucht werden: Die Konstruktion des schiefen Dachs eines Carports. Diese anschauliche Darstellung ermöglicht den Schülern, die geometrischen Eigenschaften von Ebenen besser zu verstehen und einen Bezug zur realen Welt herzustellen. Durch das praktische Arbeiten wird das theoretische Wissen greifbar.

Nach der Einführung in die Parameterform von Ebenen folgt eine intensive Übungsphase. Hierbei werden die verschiedenen Möglichkeiten, Ebenen aufzustellen, thematisiert: aus drei Punkten, aus einem Punkt und einer Geraden sowie aus zwei Geraden. Diese Differenzierung fördert das Verständnis für die Vielseitigkeit der Darstellung von Ebenen und ermöglicht es den Schülern, verschiedene Lösungsansätze zu erkunden. Im weiteren Verlauf der Einheit wird der Normalenvektor einer Ebene erarbeitet, was für das Verständnis der Lagebeziehungen zwischen Geraden und Ebenen von zentraler Bedeutung ist.

Im Anschluss daran erfolgt die Herleitung der Normalen- und Koordinatenform der Ebene. Um die Berechnung des Normalenvektors zu erleichtern, wird das Vektorprodukt eingeführt. Diese mathematische Technik ist entscheidend, um die geometrischen Eigenschaften von Ebenen zu analysieren und zu verstehen, wie sie sich im Raum verhalten.

Ein weiterer wichtiger Aspekt der Einheit ist die Untersuchung der Lagebeziehungen zwischen Geraden und Ebenen. Hier werden die theoretischen Konzepte in praktische Kontexte eingebettet, wie z.B. in Aufgaben zu Flugzeugen und Schattenpunkten. Wenn es die Zeit zulässt, können in Form eines Miniprojekts Cam-Carpets (aus dem Fußballstadion) erstellt werden.

Zusätzlich wird der Gauß-Algorithmus zur Lösung linearer Gleichungssysteme mit drei Unbekannten wiederholt. Die Schüler lernen, wie die Lösbarkeit des Algorithmus in direktem Zusammenhang mit der Lagebeziehung zwischen Geraden und Ebenen steht.

Materialhinweis:

Lernplattform Scobees: Lerneinheit „Analytische Geometrie“

Arbeitsblatt „Carport“

Arbeitsblatt „Orthogonalität bei Geraden und Ebenen“

Unterrichtsvorhaben 5.1 LK: Abstandsuntersuchungen

Inhaltsfeld Analytische Geometrie und Lineare Algebra

- Vektoroperation: Skalarprodukt
- Ebenen: Parameterform, Koordinatenform, Normalenform
- Schnittpunkte: Geraden und Ebenen
- Lagebeziehungen und Abstände: Punkte, Geraden, Ebenen (alle Kombinationen)
- Lineare Gleichungssysteme

Thema Inhalt	Kompetenzen Die Schülerinnen und Schüler können…	
	Inhaltsbezogene Kompetenzen	**Prozessbezogene Kompetenzen**
7 Lagebeziehung Gerade – Ebene 8 Abstand Punkt – Ebene 9 Abstand Punkt – Gerade 10 Abstand Gerade – Gerade 11 Sachkontext Zeitumfang: LK 21 Stunden	(4) untersuchen Lagebeziehungen von Ebenen sowie von Geraden und Ebenen (10) bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen (11) führen Spiegelungen an Ebenen durch (12) untersuchen geometrische Objekte oder Situationen in innermathematischen und anwendungsbezogenen Problemstellungen und deuten die Ergebnisse	Ope-(4) verwenden Basiswissen, mathematische Regeln und Gesetze sowie Algorithmen bei der Arbeit mit mathematischen Objekten Ope-(5) führen Darstellungswechsel sicher aus Ope-(8) erstellen Skizzen geometrischer Situationen und wechseln zwischen Perspektiven Ope-(12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum … –Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen auch abhängig von Parametern – Darstellen von geometrischen Situationen im Raum Pro-(6) wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge, Verfahren sowie Medien und Werkzeuge zur Problemlösung aus Kom-(5) formulieren eigene Überlegungen und beschreiben zunehmend komplexe ei-gene Lösungswege Kom-(6) verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang Kom-(7) wählen begründet geeignete digitale und analoge Medien und mathematische Darstellungsformen (graphisch-visuell, algebraisch-formal, numerisch-tabella-risch, verbal-sprachlich) aus Kom-(8) wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen Kom-(9) dokumentieren und präsentieren Arbeitsschritte, Lösungswege und Argumentationen vollständig und kohärent Kom-(10) konzipieren, erstellen und präsentieren analoge und digitale Lernprodukte

Umsetzung:

In dieser Lerneinheit für den Leistungskurs liegt der Schwerpunkt auf der umfassenden Untersuchung von Abständen in der analytischen Geometrie. Zu Beginn der Einheit wird, anknüpfend an die vorangegangene Reihe, die Thematik der Lagebeziehungen zwischen geometrischen Objekten behandelt. Der Schwerpunkt liegt dabei auf den Lagebeziehungen zwischen zwei Ebenen. Die Schülerinnen und Schüler vergleichen die verschiedenen Koordinatenformen und analysieren sie in einem unterbestimmten linearen Gleichungssystem. Dieses methodische Vorgehen fördert das Verständnis für geometrische Zusammenhänge und legt den Grundstein für die folgenden Themen.

Im nächsten Schritt wird der Abstand zwischen einer Ebene und einem Punkt betrachtet. Dies könnte im Kontext einer Star-Wars-Aufgabe geschehen, in der die Landung des Millennium Falken auf einer Landeebene auf Tatooine näher betrachtet wird. Mathematisches Modellieren ist ein zentraler Bestandteil dieser Aufgabe. Die Schülerinnen und Schüler erstellen einen Lösungsplan, der ihnen helfen soll, ähnliche Probleme in Zukunft effizienter zu lösen.

Die Untersuchung des Abstands einer Geraden von einem Punkt kann durch die Betrachtung der Flugbahn eines Objekts in Bezug auf die Spitze eines Kirchturms erfolgen. In dieser Phase wird auch die Untersuchung des Abstands von windschiefen Geraden eingeführt, zum Beispiel indem die Schülerinnen und Schüler das Problem analysieren, ob der Abstand zwischen zwei Rohren ausreicht, um genügend Platz für eine Schaumstoffisolierung zu gewährleisten. Bei beiden Abstandsuntersuchungen soll die Problemlösekompetenz im Vordergrund stehen. Die Schülerinnen und Schüler notieren verschiedene Lösungsansätze, wie z. B. die Verwendung von Hilfsebenen und das Konzept der Orthogonalität.

Um das erworbene Wissen zu vertiefen und die Flexibilität beim Lösen solcher Aufgaben zu erhöhen, kann abschließend ein Arbeitsblatt mit dem Titel „Abstände bunt gemischt“ besprochen werden. In diesem Arbeitsblatt werden verschiedene Aufgaben behandelt, die auch den Abstand zwischen parallelen Geraden oder Ebenen thematisieren. Diese Vielfalt an Aufgaben trägt dazu bei, das Verständnis der Schülerinnen und Schüler für die verschiedenen Aspekte der Abstandsuntersuchung zu festigen und ihre Problemlösefähigkeiten zu erweitern.

Ein weiterer wichtiger Bestandteil der Einheit ist die Einführung der Hesseschen Normalform. Durch die Anwendung dieser Normalform erhalten die Schülerinnen und Schüler ein effektives Werkzeug zur effizienten und genauen Bestimmung von Abständen in der analytischen Geometrie.

Materialhinweis:

Lernplattform Scobees: Lerneinheit „Analytische Geometrie“

Arbeitsblatt „Abstand Ebene – Punkt“

Arbeitsblatt „Abstände bunt gemischt“

Unterrichtsvorhaben 6: Exponentialfunktionen

Inhaltsfeld Funktionen und Analysis

- Funktionen: Exponentialfunktionen
- Eigenschaften von Funktionen: Verlauf des Graphen, Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrie, Verhalten für x→±∞
- Integralrechnung: orientierte Fläche, Bestandsfunktion, Integralfunktion, Stammfunktion, bestimmtes Integral, Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung

Thema **Inhalt**	**Kompetenzen** Die Schülerinnen und Schüler können...	
	Inhaltsbezogene Kompetenzen	**Prozessbezogene Kompetenzen**
1 Wiederholung Exponentialfunktionen Sek I 2 Natürliche Exponentialfunktion 3 Exponentielles Wachstums 4 Begrenztes Wachstum 5 Logarithmusfunktion und Umkehrfunktion 6. Klausur Zeitumfang: GK 15 Stunden Zeitumfang: LK 17 Stunden	(2) (3) nutzen die Eigenschaften von Exponentialfunktionen, der natürlichen Logarithmusfunktion, sowie der Transformationen dieser Funktionen zur Beantwortung von Fragestellungen, (4) (12) erläutern den Begriff der Umkehrfunktion am Beispiel der Wurzelfunktion unter Berücksichtigung des Graphen sowie des Definitions- und des Wertebereichs, untersuchen ausgewählte Funktionen, insbesondere die natürliche Exponential- und Logarithmusfunktion, auf Umkehrbarkeit und ermitteln in einfachen Fällen einen Funktionsterm der Umkehrfunktion unter Berücksichtigung von Definitions- und Wertebereich, (13) erläutern den Zusammenhang zwischen dem Graphen einer Funktion und dem Graphen seiner Umkehrfunktion, (5) (6) bilden ohne Hilfsmittel die Ableitungen von ganzrationalen Funktionen, der natürlichen Exponentialfunktion, der natürlichen Logarithmusfunktion (7) untersuchen Funktionen auch in Abhängigkeit von Parametern mithilfe von vorgegebenen und mit dem MMS ermittelten Ableitungen im Kontext der Fragestellung, (9) (10) beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen der Form a^x und erläutern die Besonderheit der natürlichen Exponentialfunktion (f'=f), (10) (11) verwenden Exponentialfunktionen zur Beschreibung von begrenzten und unbegrenzten Wachstums- sowie Zerfallsvorgängen und beurteilen die Qualität der Modellierung,	Ope-(12) verwenden im Unterricht ein modulares Mathematiksystem (MMS) zum ... – zielgerichteten Variieren von Parametern von Funktionen – Erstellen von Graphen und Wertetabellen von Funktionen – Ermitteln eines Funktionsterms der Ableitung einer Funktion auch abhängig von Parametern Ope-(13) entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Mathematikwerkzeuge und wählen diese begründet aus Mod-(1) erfassen und strukturieren zunehmend komplexe reale Situationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung Mod-(2) treffen begründet Annahmen und nehmen Vereinfachungen realer Situationen vor Mod-(3) übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle Mod-(4) ordnen einem mathematischen Modell passende reale Situationen zu Mod-(5) erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten Lösungen innerhalb des mathematischen Modells Mod-(6) beziehen erarbeitete Lösungen wieder auf die reale Situation und interpretieren diese als Antwort auf die Fragestellung Mod-(7) reflektieren die Abhängigkeit der Lösungen von den getroffenen Annahmen Mod-(8) benennen Grenzen aufgestellter mathematischer Modelle und vergleichen Modelle bzgl. der Angemessenheit Mod-(9) verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung Pro-(4) erkennen Muster und Beziehungen und generieren daraus Vermutungen

	(20) (23) lösen innermathematische und anwendungsbezogene Problemstellungen mithilfe von ganzrationalen Funktionen, [GK: der natürlichen Exponentialfunktion] Exponentialfunktionen.	
	BNE Kompetenzen	
	Kenntnis verschiedener Dimensionen einer nachhaltigen Entwicklung (ökologisch, ökonomisch, sozial, kulturell, politisch) Kenntnis der Zusammenhänge von lokalen bis globalen Perspektiven	

Umsetzung:

Diese Unterrichtseinheit zu Exponentialfunktionen kann mit einer spannenden Aufgabe „mit einem Blatt Papier zum Mond“ beginnen. Diese anschauliche Herangehensweise ermöglicht es den Schülerinnen und Schülern, die grundlegenden Konzepte der allgemeinen Exponentialfunktion $f(x) = c \cdot a^x$ und ihrer Umkehrfunktion auf intuitive Weise zu entdecken.

Nach diesem einleitenden Beispiel folgt die Einführung der natürlichen Exponentialfunktion, die durch die Basis e charakterisiert ist. Die Schüler lernen die besonderen Eigenschaften dieser Funktion kennen und erarbeiten sie ausführlich. In diesem Zusammenhang werden auch viele Inhalte aus den vorangegangenen Unterrichtsvorhaben wiederholt und auf Exponentialfunktionen übertragen, wie beispielsweise die Integralrechnung. Diese Wiederholung fördert die Vernetzung der mathematischen Konzepte und hilft den Schülern, ein umfassenderes Verständnis für die Materie zu entwickeln.

Ein zentraler Bestandteil der Einheit ist die differenzierte Betrachtung von exponentiellem und begrenztem Wachstum. Die Schülerinnen und Schüler erarbeiten diese Konzepte anhand von realen Sachkontexten, wie zum Beispiel dem Wachstum von Populationen, der Verbreitung von Viren oder der Zinseszinsrechnung. Durch die Analyse solcher Szenarien wird den Schülern die praktische Anwendbarkeit der Exponentialfunktionen deutlich, und sie lernen, wie mathematische Modelle in verschiedenen wissenschaftlichen und wirtschaftlichen Bereichen eingesetzt werden können. Das Thema beschränktes Wachstum eignet sich hervorragend, um auch die Nachhaltigkeitsziele in den Blick zu nehmen, zum Beispiel Ziel 15: Leben an Land. Ein konkretes Beispiel könnte die Analyse eines Waldbestands sein, idealerweise die Untersuchung des Knipprather Waldes, der fußläufig von der Schule erreichbar ist. Hierbei könnte untersucht werden, wie verschiedene Faktoren wie Nahrungsressourcen, Lichtverfügbarkeit und Konkurrenz zwischen Arten das Wachstum und die Stabilität des Waldes beeinflussen. Die Schülerinnen und Schüler lernen, wie wichtig es ist, die Tragfähigkeit eines Ökosystems zu berücksichtigen und wie menschliche Eingriffe, wie Abholzung oder Urbanisierung, die Biodiversität und die Gesundheit von Lebensräumen gefährden können.

Materialhinweis:

Lernplattform Scobees: Lerneinheit „Exponentialfunktionen“

Arbeitsblatt „Mit einem Blatt Papier zum Mond“

ÜBERSICHT ÜBER DIE UNTERRICHTSVORHABEN - QUALIFIKATIONSPHASE

Unterrichtsvorhaben 7: Zusammengesetzte Funktionen

Inhaltsfeld Funktionen und Analysis

- Funktionen: ganzrationale Funktionen, Exponentialfunktionen, Sinusfunktionen der Form $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x + c) + d$ sowie entsprechende Kosinusfunktionen
- Eigenschaften von Funktionen: Verlauf des Graphen, Definitionsbereich, Wertebereich, Nullstellen, Symmetrie, Verhalten für $x \to \pm\infty$
- Fortführung der Differentialrechnung: Produktregel, Kettenregel

Thema Inhalt	Kompetenzen Die Schülerinnen und Schüler können…			
	Inhaltsbezogene Kompetenzen		Prozessbezogene Kompetenzen	
1 Produktregel 2 Kettenregel 3 Zusammengesetzte Funktionen untersuchen 4 Sachkontext Vorabiturklausur Zeitumfang: GK 12 Stunden Zeitumfang: LK 17 Stunden	(2) (3)	nutzen die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen, Exponentialfunktionen, Sinusfunktionen, Kosinusfunktionen, der natürlichen Logarithmusfunktion und [GK: der Potenzfunktionen $\sqrt{x}$ und $\frac{1}{x}$] von Potenzfunktionen mit rationalem Exponenten sowie der Transformationen dieser Funktionen zur Beantwortung von Fragestellungen,	Ope-(12)	verwenden im Unterricht ein modulares Mathematik-system (MMS) zum … – zielgerichteten Variieren von Parameter von Funktionen
	(5)	bilden ohne Hilfsmittel die Ableitungen von ganzrationalen Funktionen, der natürlichen Exponentialfunktion, der Sinus- und der Kosinusfunktion, der natürlichen Logarithmusfunktion sowie von Potenzfunktionen mit rationalem Exponenten [GK: sowie der Potenzfunktionen $\sqrt{x}$ und $\frac{1}{x}$] und wenden die Produktregel und Kettenregel an,	Mod-(3)	übersetzen zunehmend komplexe reale Situationen in mathematische Modelle
	(6)	GK: wenden die Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen an,	Pro-(5)	nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (Analogiebetrachtungen, Schätzen und Überschlagen, systematisches Probieren oder Ausschließen, Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, Spezialisieren und Verallgemeinern)
	(8) (9)	nutzen in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) zur Beschreibung quantifizierbarer Zusammenhänge, nutzen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) zur Beschreibung quantifizierbarer Zusammenhänge		
	(20) (23)	lösen innermathematische und anwendungsbezogene Problemstellungen mithilfe von ganzrationalen Funktionen, [GK: der natürlichen Exponentialfunktion] Exponentialfunktionen und daraus zusammengesetzten Funktionen sowie mithilfe von Sinus- und Kosinusfunktionen.		

	BNE Kompetenzen	
	Kenntnis verschiedener Dimensionen einer nachhaltigen Entwicklung (ökologisch, ökonomisch, sozial, kulturell, politisch) Auseinandersetzung mit Möglichkeiten der gesellschaftlichen Teilhabe an bzw. Mitgestaltung von Nachhaltigkeitsprozessen	

Umsetzung:

In dieser Unterrichtseinheit zu den zusammengesetzten Funktionen wird zunächst die Einführung der Produkt- und Kettenregel behandelt, die als zentrale Werkzeuge der Differentialrechnung fungieren. Die Schülerinnen und Schüler lernen, wie diese Regeln auf eine Vielzahl von Funktionstypen angewendet werden können, darunter ganzrationale Funktionen, Exponentialfunktionen, Sinusfunktionen, Wurzelfunktionen und gebrochen rationale Funktionen. Durch die Betrachtung dieser unterschiedlichen Funktionen wird den Schülern die Vielseitigkeit und Anwendbarkeit der Produkt- und Kettenregel deutlich.

Um das Verständnis zu vertiefen, werden die Regeln durch anschauliche Beispiele und visuelle Darstellungen unterstützt. Graphische Darstellungen der Funktionen helfen den Schülern, die Auswirkungen von Ableitungen auf den Funktionsverlauf besser zu verstehen. Dabei soll vor allem das TI-Nspire CAS Applets eingesetzt werden, um den Schülern zu ermöglichen, verschiedene Funktionen zu manipulieren und die Ergebnisse ihrer Ableitungen in Echtzeit zu beobachten.

Im Anschluss an die Einführung der Regeln folgt eine Phase mit vertiefenden Übungen, die im Kontext realer Anwendungen stattfinden. Hierbei werden die Schülerinnen und Schüler herausgefordert, Aufgaben zu lösen, die sich auf praktische Probleme beziehen, wie beispielsweise Wachstumsmodelle, physikalische Anwendungen oder wirtschaftliche Fragestellungen. Diese Verknüpfung mit der Realität fördert nicht nur das mathematische Verständnis, sondern zeigt auch die Relevanz der Mathematik in verschiedenen Lebensbereichen auf.

Ein Beispiel für die Integration von Nachhaltigkeitszielen könnte die Analyse von Wachstumsmodellen in der Landwirtschaft sein. Die Schülerinnen und Schüler könnten untersuchen, wie sich der Ertrag einer bestimmten Pflanze in Abhängigkeit von verschiedenen Faktoren wie Licht, Wasser und Nährstoffen verhält. Hierbei wird das Nachhaltigkeitsziel 2: Kein Hunger angesprochen, da die Schülerinnen und Schüler lernen, wie mathematische Modelle zur Optimierung von Erträgen und zur Sicherstellung einer nachhaltigen Nahrungsmittelproduktion beitragen können.

Ein besonderer Schwerpunkt dieser Einheit liegt auf der Wiederholung der für das Abitur relevanten Fähigkeiten in der Analysis. Die Schülerinnen und Schüler werden dazu angeregt, ihre Kenntnisse in der Ableitungen von Funktionen und der Anwendung der Regeln zu festigen. Hierbei können gezielte Übungsaufgaben, die auf Prüfungsformate abgestimmt sind, eingesetzt werden, um die Schüler optimal auf die Anforderungen des Abiturs vorzubereiten.

Materialhinweis:

Lernplattform Scobees: Lerneinheit „Zusammengesetze Funktionen“

GRUNDSÄTZE DER FACHDIDAKTISCHEN UND FACHMETHODISCHEN ARBEIT

Zusammenfassend lässt sich die Aussage treffen, dass wir die Unterstützung der Schülerinnen und Schüler in ihrem Prozess zu selbstständigen, eigenverantwortlichen, selbstbewussten, sozial kompetenten und engagierten Persönlichkeiten als einen Schwerpunkt betrachten. Besonders in der Einführungsphase berücksichtigen wir die unterschiedlichen Voraussetzungen der Lernenden, um jedem Einzelnen gerecht zu werden. Ziel 5: Geschlechtergleichheit sowie Ziel 16: Frieden, Gerechtigkeit und starke Institutionen der BNE-Ziele sind uns sehr wichtig, da wir durch eine inklusive und gerechte Lernumgebung sicherstellen möchten, dass alle Schülerinnen und Schüler, unabhängig von Geschlecht oder Hintergrund, die gleichen Chancen auf Bildung und persönliche Entwicklung erhalten. Wir fördern eine Kultur der Gleichstellung und des Respekts, in der Vielfalt geschätzt wird und jeder die Möglichkeit hat, seine individuellen Stärken zu entfalten und aktiv am Unterrichtsgeschehen teilzunehmen.

Die Struktur der Lernprozesse wird durch geeignete Problemstellungen bestimmt, die den Unterricht anregen und die Schülerinnen und Schüler aktiv einbinden. Unsere Unterrichtsgestaltung ist grundsätzlich kompetenzorientiert, das heißt, wir legen den Fokus auf den Erwerb und die Anwendung von Kompetenzen, die für das Leben und die Berufswelt relevant sind.

Ein zentraler Aspekt unseres Unterrichts ist die Förderung eines kompetenten Umgangs mit Medien. Dies betrifft sowohl die private Mediennutzung als auch die Verwendung verschiedener Medien zur Präsentation von Arbeitsergebnissen sowie die Nutzung des CAS und von Tabellenkalkulationen. Wir ermutigen die Schülerinnen und Schüler, selbstständig zu lernen und individuelle Lösungswege zu finden (zum Beispiel durch die Nutzung der Lernplattform Scobees), während wir gleichzeitig ihre Kooperationsfähigkeit stärken (zum Beispiel durch das Lösen von Escape Rooms im Team).

Die Einbeziehung der Schülerinnen und Schüler in die Planung des Unterrichts ist uns ein wichtiges Anliegen, um ihre Mitbestimmung und Verantwortung zu fördern. Darüber hinaus evaluieren wir den Unterricht gemeinsam mit den Schülerinnen und Schülern im Rahmen von SEfU, um kontinuierlich an der Verbesserung unserer Lehrmethoden zu arbeiten.

Regelmäßige, kriterienorientierte Rückmeldungen zu den Leistungen der Schülerinnen und Schüler sind ein weiterer Bestandteil unseres Unterrichts. Diese Rückmeldungen helfen den Lernenden, ihre Fortschritte zu erkennen und gezielt an ihren Fähigkeiten zu arbeiten.

In verschiedenen Unterrichtsvorhaben berücksichtigen wir zusätzlich fächerübergreifende Aspekte, um den Schülerinnen und Schülern ein ganzheitliches Lernen zu ermöglichen und die Verknüpfung von Wissen aus unterschiedlichen Fachbereichen zu fördern und der Bildung für nachhaltige Entwicklung gerecht zu werden.

Insgesamt zielt unser Lehrplan darauf ab, die Schülerinnen und Schüler bestmöglich auf ihre zukünftigen Herausforderungen vorzubereiten und sie in ihrer persönlichen und fachlichen Entwicklung zu unterstützen.

GRUNDSÄTZE DER LEISTUNGSBEWERTUNG UND LEISTUNGSRÜCKMELDUNG

(siehe Leistungsbewertungskonzept)

LEHR- UND LERNMITTEL

Lehrwerk

An der Peter-Ustinov-Gesamtschule Monheim wird das Lehrwerk "Lambacher Schweizer Mathematik" in der Einführungsphase (Ausgabe Nordrhein-Westfalen ab 2024 ISBN: 978-3-12-735471-3) und Qualifikationsphase (Ausgabe Nordrhein-Westfalen ab 2024 ISBN: 978-3-12-735481-2) eingesetzt.

Das Lehrwerk wird durch eine Vielzahl selbst erstellter Arbeitsblätter ergänzt.

Modulares Mathematik-System

Wie bereits zu Beginn erwähnt setzen wir die TI-Nspire CAS App als Teil unseres modularen Mathematiksystems ein. Diese App ermöglicht den Schülerinnen und Schülern den Einsatz eines leistungsstarken Computer Algebra Systems auf ihren iPads (welche von der Stadt Monheim finanziert wurde). Der TI-Nspire CAS bietet umfangreiche mathematische Funktionen und ermöglicht die graphische Darstellung von Funktionen, das Lösen von Gleichungen und das Durchführen von Berechnungen. Die App unterstützt die Schülerinnen und Schüler bei der Lösung mathematischer Aufgaben und fördert das eigenständige Arbeiten.

Außerdem beinhaltet die App einen Prüfungsmodus, der wie folgt funktioniert:

Der Prüfling kann den Prüfungsmodus jederzeit aktivieren und beenden. Nach Verlassen des Prüfungsmodus wird automatisch ein Prüfungsprotokoll gespeichert. Das Protokoll enthält die Zeit im Prüfungsmodus und einen Testcode, der eindeutig definiert, welche Elemente aktiviert bzw. deaktiviert sind. Dieser Testcode (von uns gewählt 0000 0512) kann von der Lehrkraft vor der Prüfung eingegeben werden und sorgt z. B. dafür, dass die „3D-Darstellung“, die im Zentralabitur nicht erlaubt ist, gesperrt wird.

Der Prüfungsmodus hat den vorgeschriebenen Belastungstest des NLQ bestanden.

Lernplattform

Zusätzlich zur Nutzung des TI-Nspire CAS setzen wir an der Peter-Ustinov-Gesamtschule Monheim (auch bereits zu Beginn erwähnt) die Lernplattform Scobees ein. Diese Plattform bietet den Schülerinnen und Schülern die Möglichkeit, auf digitale Lernmaterialien zuzugreifen und interaktive Übungen durchzuführen. Die Lernplattform ermöglicht eine individuelle und differenzierte Förderung der Schülerinnen und Schüler, da sie auf deren individuellen Lernstand und Bedürfnisse abgestimmt werden kann. Durch den Einsatz von Scobees wird das eigenständige Lernen gefördert und die Schülerinnen und Schüler können ihr mathematisches Wissen und ihre Fähigkeiten gezielt weiterentwickeln.

PRÜFUNG UND WEITERENTWICKLUNG DES SCHULINTERNEN LEHRPLANS

Der schulinterne Lehrplan ist als „dynamisches Dokument“ zu sehen. Dementsprechend sind die dort getroffenen Absprachen stetig zu überprüfen, um ggf. Modifikationen vornehmen zu können. Die Fachschaft trägt durch diesen Prozess zur Qualitätsentwicklung und damit zur Qualitätssicherung des Faches bei.

Die Überprüfung der Vereinbarungen erfolgt unter Bezug auf den entsprechenden Erlass regelmäßig. Auf der Grundlage eines neuen Lehr- bzw. Kernlehrplanes ist die Überprüfung und Überarbeitung des schulinternen Lehrplans zwingend erforderlich.

Die Ergebnisse dienen der/dem Fachvorsitzenden zur Rückmeldung an die Schulleitung und u.a. an den/die Fortbildungsbeauftragte/n, außerdem sollen wesentliche Tagesordnungspunkte und Beschlussvorlagen der Fachkonferenz daraus abgeleitet werden.